

# ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 49.

1. *Kriterien zur Existenz einer Atomistik  
der Elektrizität;  
zur Erscheinung des photoelektrischen Effektes.*

*Erwiderung auf die Antwort E. Meyers u.  
W. Gerlachs;*

*von D. Konstantinowsky.*

## § 1. Einleitung.

In den Ann. d. Phys. 45. p. 177. 1914 veröffentlichten E. Meyer und W. Gerlach<sup>1)</sup> eine Studie über den photoelektrischen Effekt an „ultramikroskopischen“ Teilchen, in welcher sie auf Grund ihrer Beobachtungsergebnisse zu dem Schlusse kommen, daß durch die ultraviolette Bestrahlung der beobachteten Partikelchen *Elektronen* von diesen abgelöst werden, wieder auf sie zurückschwingen, bzw. dieselben verlassen.

In den Ann. d. Phys. 48. p. 57. 1915 habe ich nachgewiesen, daß auf Grund der Beobachtungen E. Meyers und W. Gerlachs von einer Annahme von Elektronen im Getriebe des photoelektrischen Effektes, ja selbst vom Nachweis irgend-einer Atomistik des photoelektrischen Effektes keine Rede sein kann: Die in den 10 Seiten der §§ 5—8 der obenerwähnten Arbeit der Autoren gemachten Beobachtungen, welche von dem näheren Getriebe des photoelektrischen Effektes handeln, bieten keine Unterlage für die Atomistik desselben, wie sie E. Meyer und W. Gerlach zu geben beabsichtigten<sup>2)</sup>, weil selbst im besten Falle die mit der Beobachtungsapparatur erreichbare Genauigkeit nicht ausreichend ist, um solchen Schlüssen auch nur den Schein einer Stütze zu bieten. Es

1) Vgl. auch Ann. d. Phys. 47. p. 227. 1915 und Elster-Geitel-Festschrift, F. Vieweg & Sohn, Braunschweig, April 1915, p. 196.

2) Vgl. die Überschriften dieser §§: „Die atomistische Struktur des Prozesses“ und „Anzahl der ausgesandten Elektronen“.

lassen sich eben Erscheinungen typisch ultramikroskopischer Größenordnungen mit der nötigen Präzision nur an ultramikroskopischen Größen beobachten, während die Versuchsanordnung (Fernrohr) der eingangs erwähnten Arbeit eine Beobachtung dieser Größenordnung nicht zuläßt.<sup>1)</sup>

In den Ann. d. Phys. 48. p. 718. 1915 stellen die genannten Autoren diese meine Kritik als Mißverständnis hin, indem sie unter anderem behaupten, in ihren „Arbeiten, die sich auf den photoelektrischen Effekt beziehen, niemals eine exakte *absolute*<sup>2)</sup> Messung des elektrischen Elementarquantums gemacht“ zu haben, „oder zu machen versucht zu haben“. Im Gegenteil hätten sie „deutlich hervorgehoben, daß bei ihren Ausführungen immer der Millikansche Wert des Elementarquantums von angenähert  $4,8 \cdot 10^{-10}$  e. st. E. als gegeben vorausgesetzt“ werde. Um zunächst zu zeigen, wie der unbefangene Fachreferent die Ausführungen der beiden Autoren aufgefaßt hat, sei der diesbezügliche Teil des Referates in Fortschritten der Physik 70. Jahrg. II. Abtlg. p. 263 zitiert, in welchem es wörtlich heißt: „Wird bei Bestrahlung ein Elektron ausgelöst, so wird die Spannung um einen gewissen Betrag verändert. Werden jedesmal ganzzahlige Vielfache desselben elektrischen Quantums emittiert, so müssen sich die Spannungen verhalten wie reziproke ganze Zahlen. Dies ist bei den Versuchen auf 0,5 Proz. erfüllt. Läßt man die Teilchen fallen, so kann man nach der (korrigierten) Stokesschen Formel den Teilchenradius und ferner Zahl und Ladung der emittierten Quanten berechnen. Die Anzahlen ergeben sich aber nicht genau ganzzahlig und die Ladungen teilweise stark verschieden bei verschiedenen Teilchen.“

p. 197 der Arbeit 1914 sagen die Autoren überdies selbst: „Da es sich weiterhin im wesentlichen um die Eigenschaften und die Deutung der Verzögerungszeit handelt, kommt die im § 6 und § 7 behandelte Frage nach der absoluten Größe der kleinsten Ladungsänderung der Teilchen beim Photoeffekt

1) E. Meyer und W. Gerlach sprechen auch in ihrer letzten Arbeit (Ann. d. Phys. 48. p. 718. 1915) wieder mit Unrecht von „Metallteilchen ultramikroskopischer Größenordnung“.

2) Auch in der E. Meyer und W. Gerlachschen Abhandlung gesperrt gedruckt.

im allgemeinen nicht mehr in Betracht. Es ist aber wohl nach dem Gesagten mit einiger Sicherheit anzunehmen, daß durch den photoelektrischen Effekt an den ultramikroskopischen Teilchen zu Ende der Verzögerungszeit Elektronen abgespaltet werden.“ Aus dieser eigenen Äußerung der Autoren geht hervor, daß sie in den §§ 6 und 7 die Frage nach der *absoluten* Größe der kleinsten Ladungen der Teilchen behandelt haben. Während also E. Meyer und W. Gerlach ursprünglich angaben, „mit einiger Sicherheit“ das „Abspalten von Elektronen“ gefunden zu haben, steht die nunmehrige Behauptung, „niemals eine exakte absolute Messung des elektrischen Elementarquantums gemacht oder zu machen versucht zu haben“, damit im Widerspruch.

Sollten E. Meyer und W. Gerlach aber den Nachdruck in ihrer Behauptung auf das „Exakte“ in ihren Beobachtungen legen, so wird aus den Darlegungen dieser Arbeit *nochmals* hervorgehen, daß das einzige, was sich an Exaktem über die Größe der von denselben beobachteten Ladungen ergibt, die Existenz von Ladungen ist, welche kleine Bruchteile der als unteilbar vermuteten „Elementar“ladung darstellen.

## § 2. Kritik der Atomistik des photoelektrischen Effektes.

Eine solche Absolutwertsbestimmung der Ladungen eines beobachteten Partikels spaltet<sup>1)</sup> sich immer in:

1. die *Kritik der Atomistik*, bzw. *Bestimmung der Vielfachheit* einer Partikelladung und
2. die *Absolutwertbestimmung einer der Ladungen*, welche das Partikel angenommen hat, durch Anwendung eines Widerstandsgesetzes, oder auf optischem Wege usw.<sup>2)</sup>

Diese beiden Teile der Bestimmung sind voneinander völlig unabhängig. Wenn E. Meyer und W. Gerlach *nunmehr* behaupten, keine exakte *absolute*<sup>3)</sup> Messung des elek-

1) D. Konstantinowsky, Ann. d. Phys. 46. p. 271 u. 275. 1915.

2) F. Ehrenhaft, Wien. Ber. 118. IIa. März 1909; Physik. Zeitschr. 11. p. 619 und 940. 1910; 12. p. 94 und 261. 1911; 15. p. 952. 1914; 16. p. 227. 1915; für den optischen Weg: Derselbe, Physik. Zeitschr. 15. p. 952. 1914; 16. p. 227. 1915.

3) Auch in der E. Meyer u. W. Gerlachschen Abhandlung gesperrt gedruckt.

trischen Elementarquantums gemacht oder zu machen versucht zu haben, welche Auffassung aus ihrer Arbeit keineswegs hervorgeht, so können sie zunächst auf keinen Fall die Durchführung des einen Teiles derselben, der Kritik der Atomistik bzw. der Bestimmung der Vielfachheit einer Ladung, bestreiten<sup>1)</sup>, welche sich über 4 Seiten der erwähnten Arbeit erstreckt und welche von ihnen sogar zum Ausgangspunkte für eine Beurteilung der angewendeten Formel zur Bestimmung des zweiten Teiles, der Absolutwertsbestimmung, verwendet wurde.

Zur Beurteilung der Stichhaltigkeit ihrer Argumentationen sei, da es sich bei diesem ersten Teil nur um Relativmessungen handelt, wieder<sup>2)</sup> das willkürliche Maßsystem der  $mg$ -Einheiten ( $mg$  ist das Gewicht des beobachteten Partikels) eingeführt. Wird die Intensität des dem Schwerefeld entgegengesetzt gerichteten elektrischen Feldes  $\mathfrak{E}_i$  derart reguliert, daß es dem Gewichte  $mg$  des mit der Ladung  $e_i$  behafteten Partikels das Gleichgewicht hält, das Partikel also weder durch die überwiegende Schwerkraft herunter, noch durch die größeren elektrischen Kräfte hinaufgezogen, sondern „schwebend“ erhalten<sup>3)</sup>, so muß

$$(1a) \quad e_i \mathfrak{E}_i = mg$$

oder in dem erwähnten  $mg$ -Maßsystem

$$e_i = \left( \frac{1}{\mathfrak{E}_i} \right)_{mg}$$

1) In diesem Falle wären die 4 erwähnten Seiten der E. Meyer u. W. Gerlachschen Abhandlung gegenstandslos und der erwähnte von den beiden Autoren gezogene Schluß p. 197 der Arbeit 1914 unverständlich.

2) Vgl. D. Konstantinowsky, l. c. p. 72.

3) Dabei ist vorausgesetzt, daß ein exaktes „Schweben“ beobachtet werden kann. Wie a. a. O. von mehreren Autoren ausgeführt wurde, gibt es kein Schweben, sondern nur ein langsames Auf- oder Abbewegen des Partikels. Die Konstatierung dieser Tatsache ist nur eine Frage der Vergrößerung des optischen Beobachtungssystems. Das für derartige Messungen geeignetste Verfahren ist das von F. Ehrenhaft (Ann. d. Phys. 44. p. 673. 1914) eingeschlagene, nach welchem jede zu messende Ladung zwischen jene zwei möglichst engen Spannungen, bei welchen gerade noch Steig-, bzw. gerade noch Fallbewegung zu konstatieren ist, eingeeengt wird; dieses Verfahren setzt allerdings, dem ultramikroskopischen Bereich angepaßt, eine Versuchsgenauigkeit voraus, die mit der E. Meyer-W. Gerlachschen Anordnung nicht zu erreichen ist.



sein. Wird das Partikel umgeladen, und die Spannung auf jene  $\mathfrak{E}_{i+1}$  reguliert, bei welcher das nunmehr mit  $e_{i+1}$  geladene Partikel wieder schwebt, so ergibt sich für die Differenzladung

$$(1) \quad \delta_i = e_{i+1} - e_i = \frac{1}{\mathfrak{E}_{i+1}} - \frac{1}{\mathfrak{E}_i} = p_i \varepsilon_i,$$

wenn dieselbe aus  $p_i$  „Elementarquanten“ der Größe  $\varepsilon_i$  zusammengesetzt gedacht wird (die Vielfachheit  $p_i$  besitzt).<sup>1)</sup> Wird daher umgekehrt der beobachteten Ladung  $\delta_i$  die Vielfachheit  $p_i$  zugesprochen, so kann aus Gleichung (1) die sich ergebende Elementarladung  $\varepsilon_i$  zunächst in *mg*-Einheiten berechnet werden.

Werden  $n$  solcher Messungen gemacht, so ergibt sich auf Grund aller ein mittleres elementares Quant von der Größe

$$(2) \quad \varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^n p_i \varepsilon_i}{\sum_{i=1}^n p_i}.$$

Eine Kritik über die Berechtigung der Annahme einer  $p_i$ -Fachheit oder aber über die Willkür dieser Annahme kann nunmehr durch Vergleich des sich aus allen Messungen ergebenden Quants mit den Einzelmessungen erreicht werden.

### § 3. Das Kriterium über die Existenz einer Atomistik.

Es sei

A.)  $\alpha_i$  die Abweichung der Differenzladung  $\delta_i$  vom  $p_i$ -fachen mittleren Elementarquantum  $\varepsilon$  in Prozenten desselben,

B.)  $\beta_i$  die Abweichung des sich aus (1) bestimmenden Elementarquantums  $\varepsilon_i$  vom mittleren  $\varepsilon$ , gleichfalls in Prozenten desselben,

so ergeben sich zwei Wege der Beurteilung, je nachdem welcher der beiden Fehler  $\alpha_i$  oder  $\beta_i$  zugrundegelegt wird. Zur Kritik der Atomistik muß jedoch in jedem Falle verlangt werden,

1) Im folgenden soll der Kürze halber unter „Vielfachheit“ einer Ladung die Anzahl von Elementarladungen verstanden werden, aus welcher die betreffende Ladung zusammengesetzt gedacht wird.

daß der Fehler einen kleinen Bruchteil des zu messenden Quants, etwa  $\frac{1}{10}$  desselben, nur sehr selten überschreite.

Es muß daher in

$$(3) \quad \delta_i = \varepsilon \left( p_i + \frac{\alpha_i}{100} \right) = p_i \varepsilon \left( 1 + \frac{\beta_i}{100} \right),$$

je nachdem ob die Forderung (A) oder (B) gestellt wird<sup>1)</sup>,

$$(4) \quad 0 \leq \alpha_i \leq 10,$$

$$(5) \quad 0 \leq \beta_i \leq 10$$

sein.

Die Wahl von  $p_i$  wird offenbar ganz willkürlich sein, wenn auch die Vielfachheit  $p_i + 1$  den gleichen Anforderungen:

$$(6) \quad \delta_i = \varepsilon \left[ (p_i + 1) - \frac{\alpha'_i}{100} \right] = (p_i + 1) \varepsilon \left( 1 - \frac{\beta'_i}{100} \right),$$

$$(7) \quad 0 \leq \alpha'_i \leq 10,$$

$$(8) \quad 0 \leq \beta'_i \leq 10$$

genügt, weil dann die Ladung  $\delta_i$  ebensogut aus  $p_i$  wie auch aus  $p_i + 1$  Elementarquanten zusammengesetzt angenommen werden kann. Es dürfen demnach niemals die Gleichungen (3) und (6) und die Ungleichungen (4) und (7) nach Kriterium A einerseits, (3) und (6) und (5) und (8) nach Kriterium B andererseits nebeneinander bestehen, wenn die Kriterien über die Berechtigung unserer atomistischen Annahmen Aufschluß geben sollen.

Kriterium B ergibt aus (3) und (6)

$$(9) \quad \varepsilon p_i \left( 1 + \frac{\beta_i}{100} \right) = (p_i + 1) \varepsilon \left( 1 - \frac{\beta'_i}{100} \right)$$

oder die Ungleichung

$$(10) \quad 2p_i + 1 \geq 10,$$

welche für die Fälle  $p_i \geq 5$  gültig wird; in diesen Fällen wird der Fehler  $\beta_i$  nach Kriterium B im Resultate kleiner als 10% sein, obwohl die Wahl der Vielfachheit und damit die Atomistik überhaupt vollkommen willkürlich ist.

Kriterium A gibt entsprechend

$$(9a) \quad \varepsilon \left( \frac{\alpha_i}{100} + p_i \right) = \varepsilon \left[ (p_i + 1) - \frac{\alpha'_i}{100} \right]$$

$$(10a) \quad 20 \geq 100,$$

1)  $\alpha_i, \beta_i > 0$  kann für diese Überlegung unbeschadet der Allgemeinheit vorausgesetzt werden, da in den zugehörigen Gleichungen (6) entsprechende Vorzeichen gewählt werden.

eine Ungleichung, die niemals bestehen kann, weshalb dieses letztere Kriterium A in jedem Falle eine sichere Beurteilung der „Atomistik“ zuläßt.

Der Unterschied der beiden Kriterien wird vielleicht an Hand der Fig. 1 am deutlichsten. Denkt man sich eine beobachtete Ladung als Strecke vom 0-Punkte aus aufgetragen, so ist sie nach dem angewendeten Kriterium mit der Atomistik vereinbar oder nicht, je nachdem der Endpunkt derselben in einen stark ausgezogenen Teil der Linie fällt oder nicht.

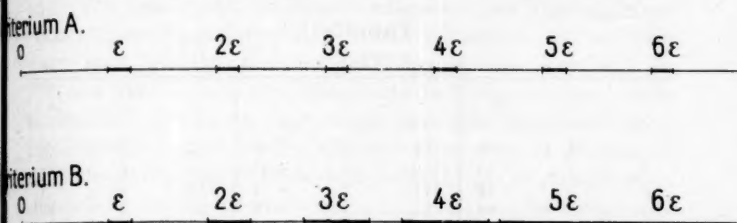


Fig. 1.

Kriterium A (Fehler  $\alpha_i$ ) läßt für jede beobachtete Ladung ein konstant enges Fehlerintervall als Spielraum zu. Kriterium B (Fehler  $\beta_i$ ) hingegen läßt einen um so größeren Spielraum offen, je größer die Vielfachheit der Ladung ist, so daß schließlich eine Ladung, welche gleich oder größer der 5fachen Einheitsladung ist, auf jeden Fall mit der Atomistik im Einklang stehen muß und fälschlich Atomistik anzeigen würde.

Die von E. Meyer und W. Gerlach aufgegriffene Kritik B<sup>1)</sup> ist daher nicht „natürlich prinzipiell dasselbe“<sup>2)</sup> wie der von mir eingeschlagene Weg A, denn, während dieser ein vollkommen einwandfreies Kriterium darstellt, täuscht das Kriterium E. Meyer-W. Gerlachs mitunter auch dort nur kleine Fehler und bewiesene Atomistik vor, wo die Willkür in der Wahl der Vielfachheit  $p_i$  und damit die Unhaltbarkeit der Annahme der Atomistik des Prozesses eine deutliche ist.

1) Die von E. Meyer u. W. Gerlach angegebenen Fehler sind auf Grund von B berechnet.

2) Vgl. E. Meyer u. W. Gerlach, l. c. p. 723.

§ 4. Anwendung des Kriteriums auf die Messungen  
E. Meyer und W. Gerlachs.

Die Beobachtungen E. Meyer und W. Gerlachs, welche im folgenden nach dem richtigen Kriterium A untersucht werden sollen, ergeben für die drei einzigen publizierten Messungen, an welchen derartige Berechnungen durchgeführt werden können, außerordentlich große Fehler  $\alpha_i$ , wie dies aus den nachfolgenden, bereits in den Ann. d. Phys. 48. p. 73 und 78. 1915 publizierten Tabellen ersichtlich ist.

Tabelle 1.<sup>1)</sup>

Pt 579.

$i$	$p_i$	$\alpha_i$	$i$	$p_i$	$\alpha_i$	$i$	$p_i$	$\alpha_i$
1	4	- 6	9	1	-30	17 <sup>o)</sup>	2 <sup>o)</sup>	-66 <sup>o)</sup>
2	4	-13	10	2	+37	18	3	+28
3	5	-14	11	2	- 7	19	5	- 7
4	2	+40	12	3	- 5	20	4	-22
5	1	+11	13	2	0	21	2	-52
6	4	-16	14	3	+ 6	22	2	+41
7	1	+15	15	2	+ 8	23	3	+ 7
8	1	- 7	16	2	+38			

Tabelle 2.<sup>1)</sup>

Cu 206.

$i$	$p_i$	$\alpha_i$
1	2	+ 7
2	2	+18
3	1	-32*
4	2	- 5
5	3	-23
6	5	+ 4
7	3	+32

Tabelle 3.

Pt 602.

$i$	$p_i$	$\alpha_i$	$i$	$p_i$	$\alpha_i$
1	1	+14	11	4	+37
2	4	+ 6	12	4	+39
3	3	+ 6	13	17	-
4	4	- 7	14	3	+13
5	8	-22	15	10	+11
6	4	-22	16	5	-25
7	4	+20	17	4	+21
8	7	+24	18	6	+ 5
9	4	-29	19	3	-47
10	4	- 8			

1) In den Ann. d. Phys. 48. p. 73. 1915 sind leider, da ich infolge meiner militärischen Dienstpflicht die Korrekturen nicht selbst durchführen konnte, die aus den Zahlen E. Meyer u. W. Gerlachs zur Kontrolle gerechneten Fehler  $\beta_i$  in die Kolonne  $\alpha_i$  und in die Diskussion geraten. Die Verwechslung ergibt sich aber von selbst aus dem Wortlaut des vorangehenden Textes und aus der entsprechenden Tabelle p. 78 derselben Arbeit.

Von einer bewiesenen Atomistik kann, wo unter 48 Beobachtungen 31, d. i.  $\frac{2}{3}$ , den geforderten Bedingungen nicht entsprechen, wohl nicht die Rede sein; aber selbst wenn man das ohnehin sehr große zulässige Fehlerintervall von 20 Proz. auf das Doppelte erhöht, bleiben noch immer etwa die Hälfte der vorliegenden Beobachtungen mit der Forderung des Kriteriums in Widerspruch.

Daraus habe ich p. 73 der vorerwähnten Arbeit geschlossen:

„Wie man sieht, ergibt sich keineswegs gute Konstanz eines elementaren Quants, wie die Autoren behaupten, um so eher, wenn man bedenkt, daß der mit \* bezeichnete Wert von Cu 206, der um 32 Proz. vom Mittelwerte abweicht, von den beiden Beobachtern selbst als ‚mit einem zufälligen größeren Fehler behaftet‘ bezeichnet wird“, während unter den 42 Messungen der beiden Pt-Partikel 14 Beobachtungen Fehler von 28 bis 66 (!) Proz. Abweichung zeigen. Deshalb sagte ich damals: „Dies liegt zum Teil daran, daß die ermittelten Zahlen<sup>1)</sup> noch keineswegs richtig, auf jeden Fall aber, der Genauigkeit entsprechend, nicht groß genug sind.“ Andererseits sind „die großen mittleren Abweichungen der einzelnen Werte vom Mittelwerte in der Unzulänglichkeit der Beobachtungsmethode E. Meyers und W. Gerlachs begründet“.

Im ersten Punkte geben mir die Autoren in ihrer Erwiderung, wenn sie dies auch nicht ausdrücklich erwähnen, bereits insofern Recht, als sie die mit <sup>o)</sup> bezeichnete Ladung, welche in der Originalarbeit derjenigen eines Elementarquantums entsprechen sollte, nunmehr nach  $1\frac{1}{2}$  Jahren als die doppelte Einheitsladung ansehen, obwohl diese Abänderung eine Abweichung von fast 70 Proz. des Elementarquantums beinhaltet, welche Tatsache allein wohl am deutlichsten die Willkür in der Wahl der Vielfachheiten beweist.

#### § 5. Vergleich der Abweichungen mit den zu erwartenden experimentellen Fehlern.

Um nun die beiden aus den Abweichungen gezogenen Schlüsse noch des weiteren zu beweisen, will ich auf die Ent-

1) Durch welche dividiert wird, um die eventuelle Einheitsladung zu finden.

stehungsweise der Fehler eingehen, wobei sich ergeben wird, daß ich nicht, wie mir dies E. Meyer und W. Gerlach zuschreiben, „übersehen“ habe, „daß die einzelnen Fehler nicht *unabhängig voneinander* sind“, sondern vielmehr auf Grund ihrer Entstehungsweise zu meinen Schlüssen gelangt bin.

Haftet der Messung der „Schwebe“spannung  $\mathcal{E}_i$  ein Fehler von  $a_i$  Proz.<sup>1)</sup> an, so ist die wahre Schwebespannung:

$$(11) \quad \mathcal{E}'_i = \mathcal{E}_i + a_i \frac{\varepsilon}{100}.$$

Der in der Differenzladung  $\delta_i$  sich ergebende Fehler  $a_i$  setzt sich demnach nach (1) aus den von  $\mathcal{E}_i$  und  $\mathcal{E}_{i+1}$  herführenden Meßfehlern zusammen zu:

$$(11a) \quad a_i = a_{i+1} - a_i.$$

Um mir nun — immer vorausgesetzt, daß eine Atomistik des photoelektrischen Effektes überhaupt besteht — Gewißheit über die Entstehungsweise der Fehler  $a_i$  zu verschaffen, habe ich allgemein die Fehler  $a_i$ , welche sich unter den günstigsten Verhältnissen ergeben, berechnet, die ich nunmehr in Tab. 4 publiziere. Können diese Abweichungen durch die aus den

Tabelle 4.  
Pt 602.

$i$	$a_i$	$i$	$a_i$
0	-17	10	-36
1	+ 3	11	+ 2
2	+ 3	12	+41
3	+ 8	13	+ 6
4	+ 1	14	+19
5	-21	15	+29
6	-43	16	+ 4
7	-23	17	+26
8	+ 1	18	+31
9	-28	19	-18

Versuchsfehlern zu erwartenden erklärt werden, und sind die Versuchsfehler klein genug, worüber indirekt Kriterium A entscheidet, so kann, solange keine anderen Versuche vorliegen, von einem *Nachweis* der Atomistik gesprochen werden; sind die Versuchsfehler aber kleiner als die Abweichungen von der „Atomistik“, so können die Abweichungen nicht mehr als *experimentelle Versuchsfehler* aufgefaßt werden und die derart „kon-

1) Gleichfalls auf das „Quant“ bezogen.

struierte“ Atomistik ist unhaltbar geworden. Die Möglichkeit einer Atomistik mit *kleinerem* Quant bleibt offen und kann nur durch genauere Versuche beurteilt werden.

In den drei Arbeiten E. Meyers und W. Gerlachs über den photoelektrischen Effekt finden sich nun bloß 2 Angaben über die *wichtige* Größe des Versuchsfehlers in den Haltepotentialen (HP)<sup>1)</sup>; die eine bezieht sich auf die nur 7 Messungen umfassende Beobachtung Cu 206 und kommt daher für diese Diskussion nicht in Betracht, die andere, welche die Beobachtung Pt 602 betrifft, ist eine Fußnote<sup>2)</sup> und lautet wörtlich: „Die HP sind auf etwa 1 Volt genau“.

Um eine mißverständliche Auffassung dieser sehr undeutlichen Angabe zu vermeiden, soll sie im folgenden nach den 3 verschiedenen Möglichkeiten der Auslegung an Hand der tatsächlichen Beobachtungsfehler  $a_i$  (Tab. 4) diskutiert werden.

a) *Der mittlere Fehler der HP beträgt  $\pm 1$  Volt.*

Kriterium A ist nicht erfüllt, denn selbst der *mittlere* Spielraum, in welchem die Atomistik der Ladungen ausgesucht werden kann, beträgt 22—85 (!) Proz. des Elektronenwertes. *Die Unzulänglichkeit der Apparatur für jeden Schein eines Nachweises der Atomistik braucht für diesen Fall wohl nicht erst betont zu werden.*

Da bei einem derartig enormen Meßfehler die experimentelle Beobachtung sinnlos wäre, kann ich nicht annehmen, daß eine solche Auffassung über die Größe des experimentellen Fehlers die zutreffende ist.

Oder es sollte vielmehr heißen:

b) *Der größtmögliche Fehler der HP beträgt 1 Volt.*

Auch hier reicht die Versuchsgenauigkeit nicht hin, um Kriterium A zu befriedigen: Ein einwandfreier Nachweis der Atomistik kann auch in diesem Falle nicht annähernd erzielt werden. Außerdem wird unter 20 Beobachtungen der äußerste zulässige Fehler im für E. Meyer und W. Gerlach günstigsten Falle 7 mal überschritten, so daß etwa ein Drittel der angestellten Beobachtungen selbst bei diesen höchst ungenauen Versuchen der angegebenen Atomistik widerspricht.

1) Den  $\mathcal{E}_i$  proportional.

2) Elster-Geitel-Festschrift, p. 204, Anm. 1.



Oder aber

c) *Die angegebenen (ganzen) Volt sind als richtig anzusehen.*

Der Fehler beträgt in diesem Falle, da die Beobachtungen auf Volt abgerundet sind, nicht mehr als 0,5 Volt. Kriterium A ist auch hier nicht erfüllt; mehr als die Hälfte der Versuchsergebnisse sind mit der angegebenen, bzw. nachzuweisenden „Atomistik“ im Widerspruche.

Zusammenfassend ergibt sich *der einzige aus E. Meyers und W. Gerlachs Messungen mit Exaktheit hervorgehende und von mir bereits gezogene Schluß*, daß die großen mittleren Abweichungen auf die Unzulänglichkeit der E. Meyer und W. Gerlachschen Beobachtungsapparatur zur Untersuchung typisch ultramikroskopischer Erscheinungen zurückgehen, sowie daß die *größten* unter ihnen im Widerspruch mit der angenommenen Atomistik sind, somit die Vielfachheiten  $p_i$  noch nicht groß, das angenommene eventuelle „elementare“ Quant noch nicht klein genug ist.

*Wenn demnach überhaupt eine Atomistik des photoelektrischen Elementareffektes besteht, so ist das hier zugrunde liegende „unteilbare“ Quant kleiner als das von E. Meyer und W. Gerlach vermutete anzunehmen.*

#### § 6. Absolutwertsbestimmung aus den Widerstandsgesetzen.

Um *nunmehr* durch die Bestimmung der absoluten Größe dieses letzteren Quants eine Orientierung über die Größenordnung desselben zu bekommen, soll die Absolutwertsbestimmung *einer* der beobachteten Ladungen vorgenommen werden.

Aus den von F. Ehrenhaft<sup>1)</sup> publizierten Mikrophotographien, aus der guten Übereinstimmung der von demselben Autor angegebenen optischen Methode der Größenbestimmung ultramikroskopischer Teilchen mit den Resultaten des auf ganz anderen Grundlagen fußenden korrigierten Stokeschen Gesetzes<sup>2)</sup> (Widerstandsgesetz), sowie aus mehrfachen anderen Prüfungen verschiedener Autoren<sup>3)</sup> geht hervor, daß

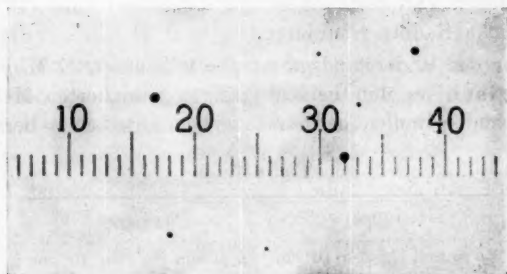
1) F. Ehrenhaft, Ann. d. Phys. **44**. p. 657. 1914, Taf. XIII u. XIV.

2) F. Ehrenhaft, Physik. Zeitschr. **15**. p. 952. 1914.

3) D. Konstantinowsky, Ann. d. Phys. **46**. p. 284. 1915; vgl. R. Gans, Ann. d. Phys. **47**. p. 270. 1915.

die im Lichtbogen verdampften Teilchen der Edelmetalle Au, Ag und Hg kugelförmig sind und die Dichte der Metalle besitzen, weshalb die aus den Widerstandsgesetzen erhaltenen Resultate richtig sind. Es ist daher für das von E. Meyer und W. Gerlach verwendete Platin das Gleiche zu erwarten.

Um mir aber volle Gewißheit über die Form der in Luft durch den elektrischen Flammenbogen zerstäubten Pt-Teilchen zu verschaffen, habe ich derartige Partikelchen mit einem diese Größenordnung noch abbildenden optischen Systeme (Objektiv Zeiß, Apertur 1,3, 2 mm Brennweite, Ölimmersion) aufgelöst und mikrophotographiert. Auf dem in Fig. 2 reproduzierten Bilde bedeutet 1 Teilstrich des Okularmaßstabes



Im Lichtbogen zerstäubtes Platin.  
1 pars des Okularmaßstabes gleich  $19,4 \cdot 10^{-5}$  cm.

Fig. 2.

$19,4 \cdot 10^{-5}$  cm. Es wurde auf das Teilchen unterhalb der Marke 18 des Okularmaßstabes eingestellt. Aus dem Bilde ist ersichtlich, daß die von E. Meyer und W. Gerlach beobachteten Teilchen, wenn sie aus reinem Pt hergesellt werden, Kugelgestalt besitzen müssen.<sup>1)</sup>

Da nicht einzusehen ist, welche chemische Veränderungen ein derart inertes Element, wie Pt es darstellt, im Flammen-

1) Nachtrag bei der Korrektur: In Phys. Zeitschr. 1916, 1. April haben H. Diesselhorst u. H. Freundlich in ihrer Abhandlung: Über Schlierenbildung in kolloidalen Lösungen und ein Verfahren die Gestalt von Kolloidteilchen festzustellen die Kugelgestalt der kolloidalen Pt nachgewiesen.

bogen erleiden sollte, ist kein Grund anführbar, weshalb die für Kugeln erwiesenen Widerstandsgesetze<sup>1)</sup> nicht anwendbar oder die Dichte der Teilchen mit jener des Elektrodenmaterials nicht identisch sein sollte.

Setzt man das Widerstandsgesetz in seiner allgemeinen Form als

$$(12) \quad mg = 6\pi\mu av \left[1 + A \frac{l}{a}\right]^{-1} = 6\pi\mu av \left[1 + \frac{1,63}{2-f} \cdot \frac{l}{a}\right]^{-1}$$

an<sup>2)</sup>, so ergibt sich nach E. Meyer und W. Gerlach eine gute Prüfung seiner Richtigkeit, wenn dasselbe Teilchen bei verschiedenen Drucken der umgebenden Luft beobachtet wird; denn dann muß bei der Variation des Druckes und der damit verbundenen Variation von  $v$  und  $l$  der Gleichung (13) immer der gleiche Radius resultieren.

Für das Widerstandsgesetz  $f = 0$  konnten E. Meyer und W. Gerlach an den beiden einzigen publizierten Messungen die folgenden Radien bei verschiedenen Drucken  $b$  berechnen:

Tabelle 5.

Pt 601		Pt 602	
$b$ in mm Hg	$a \cdot 10^5$ cm	$b$ in mm Hg	$a \cdot 10^5$ cm
713	8,1	685	5,7
112	7,6	111	5,3
—	—	50	5,0

Bedenkt man, daß die der theoretischen Berechnung der Widerstandsgesetze zugrunde liegenden gastheoretischen Annahmen nur Annäherungen sind, so wird man einen Gang der Radien um 7 bzw. 13 Proz. bei einer Variation des Druckes auf das Sechstel bzw. Zwanzigstel des Anfangsdruckes als *gute* Übereinstimmung bezeichnen *müssen*, wenn es sich um die

1) Knudsen-Weber, Ann. d. Phys. 36. p. 981. 1911; Mc Keehan, Physik. Zeitschr. 12. p. 707. 1911 u. a.

2)  $v$  die Fallgeschwindigkeit im reibenden Medium,  $\mu$  der Reibungskoeffizient des Mediums,  $l$  die mittlere freie Weglänge der Molekeln desselben,  $f$  eine Konstante, die nach der Theorie zwischen 0 und 1 liegen soll. E. Cunningham, Proc. Roy. Soc. 83A, p. 357. 1910.

Festlegung der Größe eines Hunderttausendstel Zentimeters handelt.<sup>1)</sup>

Der mit dieser Formel erhaltene Wert des „Elementarquantums“, der, wie oben gezeigt wurde, noch nicht der kleinste am Partikel zu konstatierende Ladungswert ist, beträgt weniger als ein Fünftel des von E. Meyer und W. Gerlach vermuteten Wertes. Daß diese Autoren bloß auf den 5. und nicht wie F. Ehrenhaft auf den 20., oder wie ich auf den 50. Teil des sogenannten Elementarquantums gestoßen sind, hängt bloß mit der Apertur des Beobachtungs- und Beleuchtungssystems zusammen.<sup>2)</sup>

§ 7. Die Methode E. Meyers und W. Gerlachs zur Absolutwertsbestimmung.

E. Meyer und W. Gerlach finden diese Übereinstimmung aber nicht ausreichend und versuchen eine neue Methode zur Bestimmung des Radius  $a$  festzulegen.

Nach Gleichung (1a)

$$(13) \quad mg = e_i \mathcal{E}_i = \frac{4}{3} a^3 \pi s g$$

würde es gelingen, das Gewicht  $mg$  und damit den Radius  $a$  des als Kugel angesehenen Teilchens zu berechnen, wenn außer der jeweils beobachtbaren Spannung  $\mathcal{E}_i$  des elektrischen Feldes die entsprechende Ladung  $e_i$  des Teilchens bekannt wäre.

Nimmt man zunächst mit E. Meyer und W. Gerlach an, daß die Ladungen  $e_i$  atomistisch sind, d. h. sich als ganze Vielfache des Quantes  $\varepsilon$  darstellen lassen, so muß, wenn  $e_i$  aus  $n_0$  solcher Quanten besteht

$$(14a) \quad e_1 = n_0 \varepsilon$$

sein; der nächsten beobachteten Ladung  $e_2$  würden  $(n_0 - p_1)$  solcher Quanten entsprechen, wenn die erste Differenzladung

$$\delta_1 = e_2 - e_1 = p_1 \varepsilon$$

sich aus  $p_1$  solcher Quanten zusammengesetzt ergäbe. Würden analog die weiteren Differenzladungen

$$\delta_i = e_{i+1} - e_i = p_i \varepsilon$$

1) Dazu kommt noch, daß infolge der relativ großen Fallgeschwindigkeit  $v$  der Teilchen die beobachteten Fallzeiten sehr klein sind (bis weniger als  $1/3$  Sekunden), und daher ziemliche Meßfehler mit sich bringen.

2) Vgl. F. Ehrenhaft, Phys. Zeitschr. 16. p. 227. 1915.

sich aus  $p_i$  solcher Quanten darstellen lassen, so müßte

$$(14b) \quad \left\{ \begin{array}{l} e_2 = (n_0 + p_1) \varepsilon, \\ e_3 = (n_0 + p_1 + p_2) \varepsilon, \\ \vdots \\ e_i = (n_0 + p_1 + p_2 + \cdots p_{i-1}) \varepsilon, \\ \vdots \\ e_n = (n_0 + p_1 + p_2 + \cdots p_{n-1}) \varepsilon \end{array} \right. \text{ sein.}$$

Die Gleichungen (14) können in anderer Form auch als

$$(15) \quad \left\{ \begin{array}{l} e_1 = n_0 \varepsilon, \\ e_2 - e_1 = p_1 \varepsilon, \\ e_3 - e_1 = (p_1 + p_2) \varepsilon, \\ \vdots \\ e_{i+1} - e_1 = (p_1 + p_2 + \cdots p_i) \varepsilon, \\ \vdots \\ e_n - e_1 = (p_1 + p_2 + \cdots p_{n-1}) \varepsilon \end{array} \right.$$

geschrieben werden.

Da sich die Berechnung des Radius der beobachteten Partikel nach E. Meyer und W. Gerlach aus den beobachteten Daten  $\mathfrak{E}_i$  bloß auf die beiden Gleichungssysteme (13) und (15) stützt, soll die Bedeutung dieser beiden Gleichungsgruppen erörtert werden.

Gleichung (13) stellt die Bedingung des Schwebens, d. h. des Gleichgewichtes zwischen den senkrecht nach oben wirkenden Kräften, welche durch das elektrostatische Feld  $\mathfrak{E}_i$  auf die Ladung  $e_i$  des Partikels ausgeübt werden, und dem nach abwärts wirkenden Gewichte  $mg$  des Partikels dar. Sie läßt sich etwa mit der Gleichgewichtsbedingung in einer Federwage vergleichen, wenn die elektrischen Kräfte mit den Elastizitätskräften der Feder in Parallele gesetzt werden.

Gleichung (15) stellt die mathematische Formulierung der Annahme einer Atomistik dar. Inwiefern umgekehrt aus den Resultaten dieser Berechnungsart auf die Berechtigung einer solchen Annahme geschlossen werden kann, soll noch des näheren auseinandergesetzt werden.<sup>1)</sup>

1) Vgl. p. 897.

Um die Gleichungen (15) mit der einzigen, experimentell beobachtbaren Größe  $\mathfrak{E}_i$  in Verbindung zu bringen, wollen wir die linken Seiten der Gleichungen (15) durch die Werte für die Ladungen ersetzen, die sich aus (13) rechnen lassen und ferner jede der erhaltenen Gleichungen durch die erste der Gleichungen (15) dividieren:

$$\begin{aligned}
 (16) \quad & \left\{ \begin{aligned}
 m g &= n_0 \varepsilon \mathfrak{E}_1, \\
 n_0' &= \frac{p_1 \mathfrak{E}_2}{\mathfrak{E}_1 - \mathfrak{E}_2} = \frac{p_1}{e_2 - e_1} \cdot \frac{m g}{\mathfrak{E}_1} = \frac{1}{\varepsilon_1} \frac{m g}{\mathfrak{E}_1}, \\
 n_0'' &= \frac{(p_1 + p_2) \mathfrak{E}_3}{\mathfrak{E}_1 - \mathfrak{E}_3} = \frac{(p_1 + p_2) m g}{(e_3 - e_1) \cdot \mathfrak{E}_1} = \frac{1}{\varepsilon_2} \frac{m g}{\mathfrak{E}_1}, \\
 &\vdots \\
 n_0^{(i-1)} &= \frac{(p_1 + p_2 + \dots p_{i-1}) \mathfrak{E}_i}{\mathfrak{E}_1 - \mathfrak{E}_i} = \frac{(p_1 + p_2 + \dots p_{i-1})}{e_i - e_1} \\
 &\quad \cdot \frac{m g}{\mathfrak{E}_1} = \frac{1}{\varepsilon_{i-1}} \frac{m g}{\mathfrak{E}_1}, \\
 &\vdots \\
 n_0^{(n-1)} &= \frac{(p_1 + p_2 + \dots p_{n-1}) \mathfrak{E}_n}{\mathfrak{E}_1 - \mathfrak{E}_n} = \frac{(p_1 + p_2 + \dots p_{n-1})}{e_n - e_1} \\
 &\quad \cdot \frac{m g}{\mathfrak{E}_1} = \frac{1}{\varepsilon_{n-1}} \frac{m g}{\mathfrak{E}_1}.
 \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

Den experimentell beobachteten Spannungen  $\mathfrak{E}$  haften Fehler an, so daß die aus der 2. Spalte der Gleichungen (16) sich ergebenden  $n_0$  untereinander nicht gleich sind. Wie man aber aus der letzten Spalte dieser Gleichungen ersieht, rührt diese Inkonstanz der Anfangsvielfachheit  $n_0$  von der Ungenauigkeit der „Atomistik“ her, denn die in dieser Spalte eingeführten  $\varepsilon_i$  sind nach der 3. Spalte nichts anderes als die aus den Differenzladungen  $(e_{i+1} - e_1)$  unter Zugrundelegung der Vielfachheit  $(p_1 + p_2 + \dots p_i)$  sich ergebenden elementaren Quanten; wären nun diese untereinander gleich, so müßten, nach der ersten und letzten Spalte, auch die  $n_0^{(i)}$  untereinander identisch sein.

Man kann daher auch die Zuverlässigkeit der  $n_0^{(i)}$  an den  $\varepsilon_i$  prüfen. Eine einfache Überlegung zeigt, daß die den  $\varepsilon_i$  anhaftenden Fehler von der Größe derjenigen der  $a_i$  Tab. 4 sind, wenn die letzteren durch die  $\sum_{i=1}^{i-1} p_i$  im speziellen Beispiel von E. Meyer und W. Gerlach durch Zahlen bis zu 39 (!)

dividiert werden. Eine offensichtliche Unrichtigkeit in der Wahl der  $p_i$ , d. h. ein Fehler von mehr als 50 Proz. gebe in diesem schlechtesten Falle erst einen Fehler von  $1\frac{1}{2}$  Proz. im  $\varepsilon_i$  und damit im  $n_0^{(i)}$ : *eine Konstanz der  $n_0^{(i)}$  wird daher bei irgend welchen Zahlen HP unschwer zu erreichen sein.*

Dadurch daß ferner aus einer Gruppe von Beobachtungen von  $n_0$  das Mittel  $\bar{n}_0$  genommen wird, wird die „Abweichung“ der einzelnen  $\bar{n}_0$  voneinander noch verkleinert.

Da weiter der Radius  $a$  des Partikels bei den einzelnen Beobachtungsgruppen unter Zugrundelegung von

$$\varepsilon = 4,8 \cdot 10^{-10} \text{ e. st. E.}$$

aus den  $\bar{n}_0$  auf Grund von

$$(17) \quad a = \sqrt[3]{\frac{3 \varepsilon \mathcal{E}_1}{4 \pi s g}} \sqrt[3]{\bar{n}_0}$$

gerechnet wird, der Fehler demnach weiter auf ein 1 Drittel seines Wertes reduziert wird, kann — wie im vorliegenden Falle — außerordentlich hohe Präzision vorgetäuscht werden, ohne daß deshalb irgend welche Atomistik zugrunde zu liegen braucht. Die Übereinstimmung ist vielmehr keine Folge der experimentellen Bestätigung der „Atomistik“, sondern eine aus dem Rechenverfahren hervorgehende rein arithmetische, wie man an Pt 602 am besten ersieht, denn trotz der oben bewiesenen Ungültigkeit der vermuteten Atomistik, zeigen die berechneten Radien bloß 1 Proz. Abweichung vom Mittel.

#### § 8. E. Meyers und W. Gerlachs Beweis für die Richtigkeit ihrer Rechenmethode.

Durch Versuche nach der *Ehrenhaftschen Methode*, die dieser und verschiedene andere Autoren ausgeführt haben, hat sich ergeben, daß die Annahme eines unteilbaren elektrischen Quantes in der Größenordnung von  $4,8 \cdot 10^{-10}$  e. st. E. unhaltbar ist; da ferner die von E. Meyer und W. Gerlach vermutete Atomistik des photoelektrischen Effektes, wie oben angeführt wurde, ebenfalls unhaltbar ist, darf angesichts der *Ehrenhaftschen Versuche* die Annahme eines Quantes der genannten Größenordnung, ja selbst die Annahme eines Quantes überhaupt, zur Berechnung des Gewichtes  $mg$  aus (15) nicht mehr gemacht werden.



Diese Argumentation scheint auch diejenige von E. Meyer und W. Gerlach zu sein, denn sie behaupten „die Ungültigkeit des Stokesschen Gesetzes“ nicht nachzuweisen zu suchen, „ausgehend von der Annahme eines Elementarquantums von  $4,8 \cdot 10^{-10}$  e. st. E.“, sondern sie „gelangen hierzu durch die Abhängigkeit“ — der Masse und damit des Radius — „der Partikel vom Druck des umgebenden Gases“. Als Beweis dafür aber, daß die aus ihrer Methode erhaltenen Radien die richtigen wären, sehen E. Meyer und W. Gerlach die bei verschiedenen Drucken nach ihrer Methode *sehr gut konstanten* Radien an und *begehen damit*, wie gezeigt werden wird, *einen Fehler in der logischen Schlußweise*.

Es bilden, wie bereits erwähnt, die Gleichungen (13) und (15), d. i. die Beobachtung der Spannung, bei welcher dem Gewichte des geladenen Teilchens durch die Kräfte des elektrostatischen Feldes das Gleichgewicht gehalten wird einerseits, die Voraussetzung irgendeiner Atomistik andererseits, den Ausgangspunkt der aus ihnen abgeleiteten Berechnungen.

Wird nun der Druck  $b$ , unter welchem die das Partikel umgebende Luft steht, verändert, so ändert sich, weil der Auftrieb, wie die Autoren selbst bemerken<sup>1)</sup>, nicht in Betracht kommt, am Gewichte des Teilchens und an der *Schwebespannung nichts*; aber auch an der Voraussetzung der Atomistik in Gleichung (15) wird durch die Variation des Druckes nichts geändert.

*Es ist daher nicht einzusehen, wie E. Meyer und W. Gerlach erwarten konnten, durch Variation des Druckes eine Inkonstanz des Radius zu beobachten, wo in den Grundgleichungen (13) und (14) nirgends Größen vorkommen, die in irgend welchem funktionellen Zusammenhange mit dem Drucke stehen, bzw. in dem Ausbleiben dieser Inkonstanz einen Anhaltspunkt für die Richtigkeit der „Methode“ erblicken konnten.*

Wie schon oben erwähnt, sind die Verhältnisse ganz andere im Falle der Prüfung der Widerstandsgesetze, denn dort verändern sich in den Gleichungen die *mittlere Weglänge l* und die *Fallgeschwindigkeit v* mit dem Drucke, so daß eine *Konstanz des Radius tatsächlich eine Bestätigung der Gesetze gibt*.

1) Elster-Geitel-Festschrift, I. c. p. 202.

Was E. Meyer und W. Gerlach aber mit der Variation des Druckes bei ihren Versuchen erreichen wollen, enthält im Prinzip denselben Fehler, als wollte man daraus, daß der Ausschlag einer Federwage, auf welcher sich ein Pt-Gewicht befindet, durch den Barometerstand nicht geändert wird, auf die Richtigkeit der Gewichtsangabe schließen.

Es ist vielleicht nicht überflüssig zu bemerken, daß ich die Herren E. Meyer und W. Gerlach in diesem Punkte *nicht mißverstanden haben kann*, denn an den diesbezüglichen Stellen sagen sie wörtlich:

„Aus Tabelle 4 geht als Resultat<sup>1)</sup> hervor, daß nach dieser — sie meinen der elektrischen — „Methode berechnet, die Masse und damit der Radius der Teilchen sich unabhängig vom Druck ergibt.“ Hätten E. Meyer und W. Gerlach den Sinn der Prüfungsweise der Widerstandsgesetze richtig argumentiert, so hätte sich die „Konstanz“ bei ihrer Rechenmethode als eine Identität eben schon *aus den Gleichungen* und nicht erst aus den *Beobachtungen*, d. h. der Tab. 4 ergeben müssen.

Noch deutliche sprechen E. Meyer und W. Gerlach in ihrer Erwiderung auf meine Arbeit: „Bestimmt man die Fallgeschwindigkeit in Luft von *ein und demselben* Pt-Teilchen bei verschiedenen Drucken, und berechnet man hieraus mittels aller bekannten Widerstandsgesetze der Stokes-Cunningham'schen Art die Radien der kugelförmig angenommenen Teilchen, so ergibt sich ein systematischer Gang der Radien mit dem Drucke. Dieses Verhalten dürfte unter keinen Umständen eintreten, falls die Widerstandsgesetze richtig wären.

*Im Gegensatz hierzu<sup>1)</sup>* ergibt eine Größenbestimmung der Pt-Teilchen, die auf der Annahme eines Elementarquantums von der ungefähren Größe  $4,8 \cdot 10^{-10}$  e. st. E. beruht, Konstanz der Radien, ist *daher<sup>1)</sup>* für uns vertrauenerweckender.“

Aus diesem Zitat geht gleichfalls klar und deutlich hervor, daß E. Meyer und W. Gerlach *in der sich ergebenden Konstanz der Radien* nach ihrer Methode den Beweis für ihre Richtigkeit erblicken, worin die genannten Autoren irren, denn die Konstanz wird nicht durch die Beobachtung erreicht,

1) In der zitierten Abhandlung gesperrt gedruckt.

sondern ist a priori durch die vorausgesetzten Grundgleichungen gegeben.

Da somit klargestellt ist, daß die „Konstanz der Radien“ nach der Methode von E. Meyer und W. Gerlach bei Variation des Druckes kein Ergebnis der Beobachtungen, sondern (in bezug auf den Druck  $p$ ) eine Identität in den angenommenen Gleichungen ist, und vielmehr mit der experimentellen Beobachtung gar nichts zu tun hat, haftet im Hinblick auf die eben bewiesene Unrichtigkeit der von E. Meyer und W. Gerlach vermeinten Atomistik der „Methode“ nach den bisherigen Ergebnissen *nichts an, was als „vertrauenerweckend“ bezeichnet werden kann*. Es ist wohl überflüssig zu bemerken, daß eine solche Methode den Widerstandsgesetzen nicht vorgezogen werden kann, wenn das Elektron nicht durch Annahme von Elektronen bewiesen werden soll.

#### § 9. Die Brownsche Bewegung.

Es erübrigt noch einen letzten Punkt meiner Erwiderungen — die Brownsche Bewegung — aufzurollen, in welchem ich gleichfalls die Arbeit der beiden Autoren, wie ich glaube, nicht unrichtig aufgefaßt sondern richtig gestellt habe.

Hätten E. Meyer und W. Gerlach die Sachlage betreffend die Brownsche Bewegung bei ihren Versuchen etwa in folgender Weise geklärt: „Die Brownsche Bewegung der beobachteten Partikel ist beim Schweben nicht zu bemerken, beim Abstoppen der Passagezeiten über die Beobachtungsstrecke daher noch weniger, weil die erhaltenen Zeiten Meßfehler enthalten, deren Einfluß im Resultat um *Größenordnungen* höher ist, als jener der zu erwartenden Brownschen Bewegung. Es läßt sich demnach bei unserer Versuchsanordnung über die Brownsche Bewegung nichts aussagen,“ so wäre die Sachlage dahin genügend klar dargestellt gewesen, daß sie, wie die beiden Autoren *nunmehr* in ihrer Entgegnung behaupten, „nichts über die Brownsche Bewegung unserer<sup>1)</sup> Teilchen aussagen können und wollen“. Da sie aber durch mehr als 4 Seiten an einem bestimmten Teilchen zeigen, daß „ein Wert des Elementarquantums nach der Methode der Brownschen Bewegung zu

1) d. h. E. Meyers und W. Gerlachs.

$e = 4,8 \cdot 10^{-10}$  e. st. E. berechnet, nicht mit unseren <sup>1)</sup> Beobachtungen im Widerspruch steht," so mußten sie sich die Frage vorlegen, *ob eine solche Verträglichkeit mit ihrer Anordnung überhaupt nachweisbar sei.*

In Beantwortung dieser Frage habe ich nun meinerseits nachgewiesen <sup>2)</sup>, daß die zu erwartende tatsächliche Brownsche Bewegung nur den 200 ten Teil derjenigen beträgt, die bei der experimentellen Beobachtung auf Grund der unvermeidlichen Zeitmeßfehler als Brownsche Bewegung vorgetäuscht wird. Da also der bei der Messung gemachte Fehler 200 mal so groß ist, als das zu erwartende Resultat, wird sich die Beurteilung der „Verträglichkeit“ ebenso verhalten, wie beispielsweise die Kontrollmessung einer Strecke von 5 mm, die mit einem Maßstabe durchgeführt werden soll, auf dem bloß die Metermarken aufgetragen sind; daß eine auf diese Art erhaltene „Verträglichkeit“ gar keinen wissenschaftlichen Inhalt hat, ergibt sich von selbst.

Ich glaube also annehmen zu dürfen, daß auch in diesem Punkte meine Bemerkungen zur Klarlegung der Sachlage beigetragen haben.

Wenn E. Meyer und W. Gerlach aber noch weiter gehen, und, um im Bilde zu bleiben, durch die Kontrolle mit der Meterlatte, bereits in der ersten Annalenarbeit, einem dem Millimeter angepaßten Meßverfahren und den Schlüssen daraus die Berechtigung absprechen wollen, indem sie als Schluß aus der „Brownschen Bewegung“ ihrer Teilchen finden: <sup>3)</sup> „daraus geht hervor, daß . . . der Millikansche Wert des Elementarquantums wohl mit unseren Beobachtungen vereinbar ist.

Wir glauben *daher* <sup>4)</sup>, daß die im § 6 besprochenen Unterschreitungen des Elementarquantums in der Hauptsache auf die Nichtgültigkeit des Stokesschen Gesetzes und dessen Korrekturen für die beobachteten Fehler zurückzuführen sind,“ so beinhaltet dies *einen neuerlichen Irrtum in der Einschätzung der Genauigkeit ihrer Versuchsergebnisse.* Aus ihren Beobach-

1) d. h. E. Meyers und W. Gerlachs.

2) l. c. p. 65—71.

3) l. c. p. 195.

4) In Annalen l. c. nicht gesperrt gedruckt.

tungen können diese Autoren keinen anderen Schluß ziehen als den, daß die von ihnen verwendete Beobachtungsapparatur zu ungenau ist, um zur Konstatierung, geschweige denn zur vergleichenden Messung des Brownschen Phänomens herangezogen werden zu können.

#### § 10. Schlußfolgerungen.

Zusammenfassend gehen aus den vorliegenden Bemerkungen zu den Arbeiten E. Meyers und W. Gerlachs folgende Resultate hervor:

1. E. Meyer und W. Gerlach beobachteten in ihren Arbeiten keine ultramikroskopischen Partikel; aus der bloßen Tatsache der Dunkelfeldanordnung mit seitlicher Beleuchtung folgt keineswegs die Beobachtung ultramikroskopischer Größenordnungen. Es ist vorauszusehen, daß typisch ultramikroskopische Erscheinungen an ihren Messungen nicht oder nur verschwommen auftreten können. Diese Tatsache wird durch die Schlüsse 4. und 8. bestätigt.

2. Die genannten Autoren haben in ihren Arbeiten über den photoelektrischen Effekt *Absolutmessungen von elektrischen Ladungen* bzw. des sogenannten elektrischen Elementarquantums *versucht*, und sind dabei, wie bewiesen wird, in *Widerspruch* mit der *Annahme eines unteilbaren elektrischen Quantes* um  $4,8 \cdot 10^{-10}$  e. st. E. gekommen.

3. Das von E. Meyer und W. Gerlach angewandte Kriterium zur Beurteilung der Stichhaltigkeit oder Unhaltbarkeit der von ihnen angenommenen Atomistik aus den Abweichungen von der Atomistik täuscht in gewissen Fällen auch dort nur kleine Abweichungen von der Atomistik und daher bewiesene Atomistik vor, wo die Willkür und Unhaltbarkeit der Atomistik eine deutliche ist. Hingegen bietet, wie gezeigt wird, das von mir Ann. d. Phys. 48. p. 73. 1915 vorgeschlagene Kriterium, welches die mathematische Formulierung der Forderung ist, daß die durch das Experiment beobachteten Ladungen in ein konstant enges, um die Vielfachen der vermuteten Einheitsladung geschlagenes Fehlerintervall fallen, eine entsprechende und sichere Kritik, welche in keinem Falle versagt. Es ist demnach das von diesen Autoren verwendete Verfahren keineswegs „prinzipiell dasselbe“ wie das von mir

eingeschlagene; vielmehr bietet das von mir verwendete Kriterium in jedem Falle eine objektive und verlässliche Entscheidung, während dasjenige von E. Meyer und W. Gerlach für die genannte Beurteilung versagt.

4. Aus dem Vergleich der experimentellen Abweichungen von der vermeintlichen Atomistik mit den erwartenden Versuchsfehlern ergibt sich, daß die großen mittleren Fehler in den Haltepotentialen *HP* auf viel zu geringe Empfindlichkeit der E. Meyer und W. Gerlachschen Apparatur schließen lassen, die größten unter ihnen aber einen deutlichen Beweis für die Unhaltbarkeit der von ihnen konstruierten „Atomistik“ ergeben; eine andere mögliche Auffassung glaube ich deshalb nicht für richtig halten zu dürfen, weil sonst die sich ergebenden mittleren Fehler 22 bis 85 Proz. des zu erweisenden „Quantes“ als Spielraum ergeben würden, unter welchen Voraussetzungen jede beliebige „Atomistik“ mit den Versuchsfehlern in Einklang zu bringen wäre, und die „Prüfung“ bzw. das „Konstatieren“ einer speziellen Atomistik, wie sie in der genannten Arbeit durchgeführt wird, zwecklos wäre.

5. Es wird an Hand von Photographien nachgewiesen, daß die Widerstandsgesetze von der Art der Stokes-Cunningham-schen richtige Resultate für die Absolutbestimmungen der Radien und Ladungen auch an zerstäubten Pt-Partikelchen ergeben müssen. Die Berechnungen E. Meyers und W. Gerlachs aus Beobachtungen bei verschiedenen Drucken liefern in Anbetracht der Versuchsfehler und der Vernachlässigungen, die bei der theoretischen Ableitung der Stokes-Cunninghamschen Formel gemacht werden, *eine weitere Bestätigung der Widerstandsgesetze*. Wenn nun überhaupt eine Atomistik des photoelektrischen Effektes besteht, so kann derselben als „Elementarquant“ nur ein Bruchteil jenes Quantes zugrunde liegen, welches E. Meyer und W. Gerlach für unteilbar hielten. Auf Grund von Berechnungen aus den Widerstandsgesetzen ergibt sich dieses nach den eigenen Versuchen dieser Autoren als kleiner Bruchteil —  $\frac{1}{5}$  — des von E. Meyer und W. Gerlach im photoelektrischen Getriebe vermuteten Wertes von  $4,8 \cdot 10^{-10}$  e. st. E.

6. Aus den Versuchen, die nach der Ehrenhaftschen Methode von diesem, sowie von mir und einer Reihe von anderen Physikern gemacht wurden, geht gleichfalls die Exi-

stanz von Ladungen hervor, welche kleine Bruchteile der als unteilbar vermuteten Ladung der Elektronen um  $4,8 \cdot 10^{-10}$  e. st. E. darstellen. Wenn daher E. Meyer und W. Gerlach eine neue „Methode“ der Radienberechnung der von ihnen beobachteten Teilchen vorschlagen, welche die Existenz dieser angeblich unteilbaren Ladung voraussetzt, so ist eine derartige Berechnung in den Grundlagen unhaltbar.

7. Wenn E. Meyer und W. Gerlach aber daraus, daß die bei verschiedenen Drucken des umgebenden Mediums gemachten Beobachtungen nach ihrer „Methode“ verwertet, immer die gleichen Radien ergeben, einen Beweis für das Vertrauen-erweckende ihrer Methode erblicken, so begehen die beiden Autoren einen Irrtum, indem sie eine in den Gleichungen enthaltene Identität mit einem beabsichtigten experimentellen Nachweis einer Formel verwechseln. Die in ihren Berechnungsgleichungen enthaltenen Größen stehen vielmehr in keinem funktionellen Zusammenhang mit dem Druck und werden *deshalb* durch eine Variation des Druckes gar nicht verändert. Es liegt demnach keine Prüfung ihrer Gleichungen durch experimentelle Variation ihrer Veränderlichen vor.

8. Die „Übereinstimmung“ der von E. Meyer und W. Gerlach berechneten Radien bei verschiedenen Drucken geht auch nicht auf die von diesen Autoren vermutete „Atomistik“ zurück, sondern ist, wie gezeigt wird, eine rein arithmetische, denn das eingeschlagene Rechenverfahren muß bei beliebigen Haltepotentialen *HP* übereinstimmende Radien und erfüllte Atomistik vortäuschen.

9. Aus den Ergebnissen der E. Meyer und W. Gerlach'schen Messungen der Brownschen Bewegung ihrer Teilchen geht nur hervor, daß die Beobachtungsapparatur der beiden Autoren zur Messung, ja selbst zur bloßen Konstatierung, der Brownschen Bewegung ungeeignet ist. Es hat keinen Sinn, mit E. Meyer und W. Gerlach von einer „Verträglichkeit“ dieser Beobachtungen mit dem Werte des Elementarquantums  $4,8 \cdot 10^{-10}$  e. st. E. bzw. mit den Werten aus den Widerstandsgesetze sprechen.

10. Aus dem Vorstehenden glaube ich dargetan zu haben, daß ich die Herren E. Meyer und W. Gerlach *in keinem*



*Punkte mißverstanden habe; vielmehr wurden meine seinerzeitigen Behauptungen nochmals und derart begründet, daß ich nunmehr eine weitere Behauptung der beiden Autoren, sie mißverstanden zu haben, für ausgeschlossen halte. Ich muß vielmehr alle meine Einwände gegen die E. Meyer und W. Gerlachsche Deutung ihrer Versuchsergebnisse aufrecht erhalten.*

Aus dem I. physik. Institut der Universität Wien.  
Südwestlicher Kriegsschauplatz.

(Eingegangen 29. Februar 1916.)

## 2. *Über den Nachweis elektromagnetischer Wellen an dielektrischen Drähten*<sup>1)</sup>;

von **H. Zahn.**

---

In Verfolgung der Sommerfeldschen Untersuchungen über das Fortschreiten elektromagnetischer Wellen längs eines Drahtes hat Hr. Hondros<sup>2)</sup> gezeigt, daß außer dem allein beobachteten Typus, den er als Hauptwelle bezeichnet, prinzipiell noch andere Typen — Nebenwellen — zu erwarten sind. Ein experimenteller Nachweis derselben ist jedoch bei Drähten aus gut leitendem Material nicht möglich, da diese Wellen nach Durchlaufen sehr kurzer Strecken nahezu völlig verschwinden infolge der sehr großen Dämpfung, die sie im Innern des Drahtes erfahren. Während bekanntlich bei den experimentell herstellbaren Drahtwellen nur eine äußerst dünne Oberflächenschicht des Drahtes beteiligt ist und der Vorgang sich im wesentlichen im Außenraume abspielt, tritt bei den Nebenwellen das Gegenteil ein; das radiale Feld nimmt in der Umgebung des Drahtes rasch ab, während es im Innern

1) Die ersten Versuche über diesen Gegenstand habe ich im Sommersemester 1914 von zwei Doktoranden, den Herren Rüter und Schriever im Physikalischen Institut der Universität Kiel ausführen lassen; eine kurze Notiz über den gelungenen Nachweis ist in den Schriften des Naturwissenschaftlichen Vereins für Schleswig-Holstein, Bd. XVI, Heft 2, 1915, veröffentlicht. Die Arbeit wurde durch den Eintritt der Herren als Kriegsfreiwillige unterbrochen. Einige Versuche, die ich im Laufe des August und Septembers 1915 in der gleichen Richtung anstellte, sind in der vorliegenden Arbeit enthalten; eine vorläufige Mitteilung darüber ist in der Physik. Zeitschr. 16. p. 414. 1915 erschienen. Die vorliegende Arbeit konnte infolge meiner militärischen Einberufung nicht zu Ende geführt werden; manche im Texte angeschnittene Fragen mußten unerledigt bleiben. Die Veröffentlichung erfolgt daher nur in Anbetracht der besonderen Zeitverhältnisse; ich möchte dabei den Wunsch ausdrücken, die definitive Ausarbeitung der Versuche für die Herren Rüter und Schriever reservieren zu können.

2) D. Hondros, *Ann. d. Phys.* 30. p. 905. 1909.

die gleiche Größenordnung wie an der Oberfläche beibehält. Der hierbei durch Joulesche Wärme bewirkte Energieverlust ist so groß, daß, wie aus den numerischen Rechnungen<sup>1)</sup> von Hondros hervorgeht, die Wellen nach Bruchteilen eines Millimeters auf unmerkliche Beträge abgedämpft sind.

Bei Drähten aus nichtleitendem Material fällt diese Dämpfungsursache weg, so daß ein experimenteller Nachweis der „Nebenwellen“ nicht ausgeschlossen erscheint. Die Herren Hondros und Debye<sup>2)</sup> haben bei Weiterführung der theoretischen Untersuchung in dieser Richtung gezeigt, daß beim Einhalten gewisser Bedingungen zwischen Schwingungszahl des Erregers, Radius und Brechungsexponenten des Drahtes die Wellen in Richtung der Drahtachse ungedämpft fortschreiten und dabei der Beobachtung zugänglich werden können.

In der Tat sind die Nebenwellen bei geeigneter Versuchsanordnung unschwer zu erhalten, und zwar in einer Intensität, die durchaus von der gleichen Größenordnung ist, wie sie bei Hauptwellen unter ähnlichen Bedingungen erreicht wird. Es möge jedoch gleich vorausgeschickt werden, daß zwar das Einhalten der vorstehend genannten theoretischen Forderung zu günstigen Versuchsbedingungen führt, daß die Theorie indessen in quantitativer Beziehung durch meine Messungen nicht gut bestätigt wird. Der Grund für die Abweichungen dürfte, worauf später eingegangen werden soll, in dem Umstande zu suchen sein, daß die Theorie in der vorliegenden Form ein ideal isolierendes Dielektrikum voraussetzt, ein Postulat, dem bei dem gleichzeitig erwünschten hohen Brechungsexponenten praktisch nicht zu genügen ist.

#### § 1. Die dem Experiment zugänglichen Folgerungen der Theorie.

Für die Nebenwellen bei metallischen Drähten ergeben sich aus der Hondrosschen Arbeit einige charakteristische Eigenschaften, die des Zusammenhanges halber hier noch einmal aufgeführt werden mögen. Die für den Experimentator wesentlichste ist natürlich die der äußerst starken Dämpfung, wodurch diese Wellen jede praktische Bedeutung verlieren. Im gleichen Sinne wirkt die starke Abnahme der radialen Feldkomponenten, d. h. der Skineffekt im Außen-

1) l. c. p. 932f.

2) D. Hondros u. P. Debye, Ann. d. Phys. **32**, p. 466. 1910.

raume, der dafür im Drahtinnern fehlt. Eine weitere Eigentümlichkeit der Nebenwellen ist ihre im allgemeinen geringe Fortpflanzungsgeschwindigkeit, die nur bei kleinem Leitvermögen und sehr dünnen Drähten an die Lichtgeschwindigkeit heranreicht, sonst aber um so kleiner wird, je mehr bei den Hauptwellen unter gleichen Umständen die Lichtgeschwindigkeit erreicht würde. Ferner ist der Verlauf der geradlinigen Kraftlinien bei diesen Wellen ein eigentümlicher; im Drahtinnern stehen sie auf der Oberfläche senkrecht, während sie im Außenraume nach vorne geneigt sind, so daß sie mit der Fortpflanzungsrichtung einen Winkel von  $45^\circ$  bilden; bei der Hauptwelle<sup>1)</sup> stehen sie außen nahezu senkrecht auf dem Draht und erwecken im Innern den Eindruck des Nachgeschlepptwerdens. Zusammenfassend läßt sich sagen, daß die Nebenwellen ein dem der Hauptwelle gerade entgegengesetztes Verhalten aufweisen.

Bei Drähten aus dielektrischem Material liefert die Theorie für die Nebenwellen wesentlich andere Ergebnisse. Hier fehlt natürlich die Hauptwelle vollkommen; aber die Nebenwellen bieten in ihrer Erscheinung unter gewissen Umständen ein Bild, das dem der Hauptwelle bei Leitern sehr ähnlich ist. Wie die Herren Hondros und Debye ausgeführt haben, können sich in dielektrischen Zylindern gegebener Dimensionen nicht beliebige Wellen fortpflanzen, sondern es müssen bestimmte Beziehungen zwischen Radius, Brechungsindex und Schwingungszahl des erregenden Vorganges eingehalten werden; jede dieser Beziehungen bestimmt eine Reihe von Nebenwellen. So wird für einen Zylinder vom Radius  $\rho$  und dem Brechungsindex  $n$  die erste Reihe begrenzt durch eine Welle, deren Länge  $l$  im Vakuum gegeben ist durch die Gleichung

$$l = 2,61 \rho \sqrt{n^2 - 1}.$$

Für einen Wasserzylinder von 1 cm Radius wird diese Grenzwellenlänge 23,4 cm; Drahtwellen, die einer längeren Periode entsprechen, dürften sich in und längs dieses Zylinders nicht fortpflanzen können.

Wellen kürzerer Periode als die des genannten Grenzwertes sind möglich; es folgt jedoch aus der Theorie, daß sie

1) A. Sommerfeld, Wied. Ann. 67. p. 285. 1899.

nicht sehr viel kürzer sein dürfen, um mit den üblichen Mitteln nachweisbar zu bleiben. Die Verfasser haben speziell zwei Fälle diskutiert, nämlich daß die erregende Welle im Vakuum gleich der Grenzwellenlänge, d. h. im betrachteten Fall 23,4 cm lang und daß sie sehr viel kleiner sei. Im ersten Falle muß sich der Vorgang ebenso abspielen, wie es bei der Hauptwelle am leitenden Drahte geschieht: die Fortpflanzung geschieht mit Lichtgeschwindigkeit, und die elektrischen Kraftlinien endigen im Außenraum nahezu senkrecht zum Drahte. Im zweiten Falle ist die Geschwindigkeit  $v$ -mal kleiner; ferner nimmt das äußere Feld sehr schnell mit der Entfernung vom Drahte ab. Die Wellen, die im Innern des Drahtes verlaufen, sind in der Umgebung nicht nachweisbar. Für die experimentelle Untersuchung der Vorgänge im Draht tritt die Schwierigkeit auf, daß der Rückstrom auch daselbst verläuft; der in der Drahtrichtung verlaufende Verschiebungsstrom hat in der Achse die entgegengesetzte Richtung wie in der Oberfläche. Da man sich einen kontinuierlichen Übergang der Phase zwischen Mitte und Rand zu denken hat, so erscheint es wenig aussichtsreich, die inneren Vorgänge, etwa durch Einführung von Sonden, zu untersuchen. Die Verfasser bemerken denn auch, daß ein Nachweis der dielektrischen Wellen bei Werten der freien Wellenlänge, die nicht ganz in der Nähe der Grenzwellenlänge liegen, eine Abänderung der gewöhnlichen Beobachtungsmethode erfordern müsse. Es möge dahingestellt bleiben, ob dieser Nachweis überhaupt ausführbar ist. Die in dieser Arbeit mitgeteilten Versuche beziehen sich auf Schwingungen in der Nachbarschaft der Grenzwellenlänge.

Wie schon erwähnt, existieren nicht nur eine, sondern viele Beziehungen, die Grenzwellenlängen liefern, die aber immer kleiner als die erstgenannte ausfallen müssen. Mit zunehmender Kleinheit dieser Grenzwellen höherer Ordnung, wie man sie nennen kann, wächst natürlich die Schwierigkeit ihres Nachweises. Schon die zweite Nebenwelle bei dem Wasserzylinder von 1 cm Radius verlangt einen Erreger von 10,2 cm, die dritte einen von nur 6,5 cm freier Wellenlänge. Bei anderen Dielektrici werden die Verhältnisse entsprechend den kleineren Brechungsexponenten noch ungünstiger; so müßten bei einem Acetonzylinder gleicher Dicke die erforderlichen freien Wellenlängen halb so groß sein wie bei dem Wasserzylinder. Die in

der Herstellung sehr kurzwelliger Erreger liegende Schwierigkeit ließe sich zwar durch Vergrößerung des Zylinderhalbmessers  $\rho$  umgehen. Doch gelangt man dabei schnell zu Grenzen, deren Überschreitung ein umständliches und teilweise kostspieliges Arbeiten bedingen würde.

Beschränkt man sich jedoch auf die Grenzwellenlängen erster und allenfalls zweiter Ordnung, so sind die dielektrischen Drahtwellen in Medien von hohem Brechungsexponenten ohne wesentliche Schwierigkeiten herzustellen. Die von der Theorie vorausgesagten Eigenschaften, die dabei einer quantitativen Prüfung zugänglich sind, lassen sich folgendermaßen ausdrücken:

I. Die dielektrischen Wellen dürfen nur auftreten bei erregenden Periodenzahlen, für welche die Bedingungen:

$$l = 2,61 \rho \sqrt{v^2 - 1} \quad (1. \text{ Ordnung})$$

bzw.

$$l = 1,14 \rho \sqrt{v^2 - 1} \quad (2. \text{ Ordnung})$$

wenigstens angenähert erfüllt sind. Wellen von kürzerer Länge sind möglich, da die Theorie bisher nichts darüber aussagt, bei welchen Abweichungen das Außenfeld der Wellen verschwindet. Größere Wellenlängen, als sie der Bedingung 1. Ordnung entsprechen, sollen nicht möglich sein.

II. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der dielektrischen Drahtwellen soll bei Einhaltung der Grenzwellenlängen gleich der Lichtgeschwindigkeit, sonst aber geringer sein.

III. Die elektrischen Kraftlinien des Außenfeldes sollen nahezu senkrecht zur Drahtachse stehen.

Die vorliegende Arbeit enthält die Mitteilungen über die Anordnung zur Herstellung und zum Nachweis dieser Wellen sowie über Versuche, die zur Prüfung der vorgenannten Kriterien angestellt wurden.

## § 2. Methode und Apparate.

Die Methode war die der stehenden Drahtwellen. Eine mit einer geeigneten Flüssigkeit gefüllte zylindrische Glasröhre mit ebenen Begrenzungswänden bildete den dielektrischen Draht. An der einen Begrenzungswand befand sich der Erreger bekannter Periode, der kapazitiv auf das Dielektrikum wirkte. Auf der Röhre bildeten sich bei geeigneter

Dimensionierung stehende Wellen aus; mittels eines auf das Spannungsquadrat ansprechenden thermoelektrischen Detektors, der längs der Röhre verschoben wurde, konnte die Lage der Potentialmaxima und -minima und damit auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen bestimmt werden. Zur Untersuchung einer eventuellen Neigung der Kraftlinien gegen die Rohrachse wurde diese Messung in verschiedenen Abständen von dem dielektrischen Zylinder vorgenommen.

1. *Der Erreger.* Der wesentlichste Teil der Apparatur ist ein geeigneter Erreger, da eine gute Ausbildung der stehenden Wellen nur bei Verwendung wenig gedämpfter Schwingungen zustande kommt. Es lag nahe, den von Hrn. Mie<sup>1)</sup> angegebenen und von Hrn. Rukop<sup>2)</sup> weiter ausgebildeten Erreger zu verwenden, der außer geringer Dämpfung noch die Möglichkeit einer kontinuierlichen Wellenlängenänderung in weitem Bereiche besitzt. Mit einem solchen Erreger, der zwecks kapazitiver Koppelung an dem dielektrischen Zylinder mit Platten bzw. Ringen auf den Antennen ausgestattet war, wurden die Versuche von Rüter und Schriever angestellt. Jedoch bildete bei dieser Anordnung das Dielektrikum in so hohem Maße einen Teil des Erregers, und zwar einen Energie verzehrenden Teil, daß die Schwingungen zu stark gedämpft waren.

Bei loser Kopplung aber, die diesen Übelstand beseitigte, war dafür die Wellenlänge des Erregers noch zu abhängig von kleinen Abstandsänderungen zwischen Erreger und Dielektrikum. Ich habe schließlich die in Fig. 1

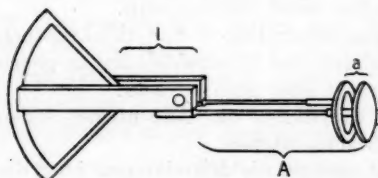


Fig. 1.

dargestellte Abänderung des Rukopschen Erregers als gut geeignet für die Zwecke dieser Arbeit befunden. Auf der einen Antenne sitzt eine kleine, 1 mm dicke Messingscheibe vom Durchmesser  $d$ , die der Abschlußplatte des dielektrischen Zylinders gegenübersteht. Als kapazitives Gegengewicht dient ein Ring, der auf der zweiten Antenne mittels eines angesetzten Röhrchens etwas verschiebbar ist und durch welchen die erste

1) G. Mie, *Physik. Zeitschr.* **11**, p. 1035. 1910.

2) H. Rukop, *Ann. d. Phys.* **42**, p. 492. 1913.



Antenne konzentrisch hindurchgeführt ist. Das System wird dadurch ein nahezu geschlossenes und daher wenig gedämpftes; nur ein verhältnismäßig kleiner Teil der von der Platte ausgehenden Kraftlinien dringt in das Dielektrikum ein. Wellenlänge, Dämpfung und Koppelung sind natürlich abhängig von dem Abstand  $a$  zwischen Ring und Platte.

Der beschriebene Erreger liefert bei passender Dimensionierung intensive, wenig gedämpfte Schwingungen, ist aber, was die bequeme Änderungsmöglichkeit der Wellenlänge betrifft, dem Rukopschen bedeutend unterlegen. Während bei diesem nur ein einfaches Ändern der Antennenlänge erforderlich ist, muß hier auch der Abstand  $a$  nachreguliert werden. Es gelingt zwar, durch gleichzeitige Änderung beider Größen immer wieder deutliche Schwingungen zu erhalten; aber es scheint doch, als ob bei gegebenem Erregersystem — als solches möge der aus Quadrantenkapazität, Funkenstrecke und Gaskammer bestehende Teil des Apparates bezeichnet werden — und bei gegebener Ring- und Plattengröße gewisse Antennenlängen für die Ausbildung guter Schwingungen besonders bevorzugt seien. Da die aus Platte und Ring bestehende Kapazität einer Antennenverkürzung entspricht, und wie Rukop<sup>1)</sup> gezeigt hat, gewisse Antennenlängen hinsichtlich der Intensität der ausgesandten Schwingungen besonders günstig sind, so gewinnt meine auf Grund meiner Versuche ausgesprochene Vermutung sehr an Wahrscheinlichkeit. Es fehlte mir jedoch leider die Zeit, diese Frage näher zu untersuchen. Bei den Messungen an den dielektrischen Drahtwellen habe ich auf eine kontinuierliche Wellenlängenänderung verzichtet und vorgezogen, statt dessen drei gut ausprobierte Erreger mit verschieden weiten Rohren für die Flüssigkeiten zu kombinieren, deren Dimensionen ich nachfolgend angebe. Es wurden zwei Erregersysteme benutzt, die sich nur durch die Größe der verwendeten Kapazitäten unterschieden; bei System I betrug der Radius des kleinen Messingquadranten 15, bei II 10 mm. Die Dicke der als Kondensatordielektrikum dienenden Hartgummischeibe war bei beiden ca. 0,2 mm, die Länge der Gaskammer  $l = 12$  mm. Hinsichtlich Elektroden, Gaszuführung usw. sei auf die Rukopsche Arbeit verwiesen.

1) l. c. p. 495.

Die 1,2 mm starken Antennen aus Kupferdraht wurden streng passend in kleinen Messingröhrchen an den Systemen befestigt; Ring und Platte, nachdem die richtige Antennenlänge und der günstigste Abstand  $a$  gefunden war, wurden durch eine kleine Brücke aus Schellack gegeneinander versteift.

Mit System I wurde eine Wellenlänge von 60 cm erhalten bei folgenden Größenverhältnissen: Antennenlänge  $A = 64$  mm, Plattendurchmesser  $d = 18$  mm, Ringbreite  $b = 4$  mm, Abstand  $a = \text{ca. } 3$  mm und eine Wellenlänge von 28,4 cm bei

$A = 28$  mm,  $d = 10$  mm,  $b = 2$  mm,  $a = \text{ca. } 2,5$  mm.

Mit System II eine solche von 52 cm bei

$A = 41$  mm,  $d = 12$  mm,  $b = 3$  mm,  $a = \text{ca. } 1$  mm.

Das Ausprobieren eines Erregers geschah bei Koppelung auf einen Wasserzylinder, dessen Endfläche sich in etwa 4 mm Abstand von der Platte befand. Es wurden  $A$  und  $a$  so eingestellt, daß die Schwingungen, die mit einem dem Rukopschen ähnlichen Resonanzsystem untersucht wurden, möglichst wenig gedämpft ausfielen. In diesem Falle wurden auch die stehenden Wellen auf dem dielektrischen Draht gut ausgeprägt. Die Rückwirkung des Dielektrikums auf den Erreger war dabei eine sehr schwache; denn eine Vergrößerung des Abstandes zwischen ihnen bewirkte eine so geringe Wellenlängenänderung, daß sie sich zwar noch mittels des Resonanzsystems, aber nicht mehr in der gegenseitigen Entfernung der Potentialbäuche und Knoten auf dem Zylinder erkennen ließ. Eine Verwendung verschieden weiter dielektrischer Drähte hatte denn auch keinen merklichen Einfluß auf die Größe der erregenden Wellenlänge. Um aber reproduzierbare Verhältnisse zu haben, war auf die Platte eine kleine Schellackspitze gekittet, die jedesmal zur Berührung mit der Bewegungsfläche eines Rohres gebracht wurde.

Zur Speisung der Funkenstrecke wurde auf etwa 500 Volt herauftransformierter 50periodischer Wechselstrom verwendet. Im Sekundärkreis des Transformators befanden sich außer der Funkenstrecke und einem Hitzdrahtinstrument ein Regulierwiderstand von maximal 4000 Ohm, im Primärkreis noch eine variable Selbstinduktion, die aus einem Niederspannungstransformator mit regulierbarem Widerstand im Sekundärkreis gebildet wurde. Die Betriebsstromstärke der Funkenstrecke

lag je nach ihrer eingestellten Länge zwischen 80 und 100 Milliampere. Zu ihrer Schonung wurde sie nicht dauernd beansprucht, sondern es wurde, wie bei Rukop, ballistisch gemessen, so daß meistens über 100 Beobachtungen gemacht werden konnten, ehe ein Nachstellen oder Putzen erforderlich wurde. Die Konstanz der im Detektorkreis hervorgebrachten Galvanometerausschläge war sehr gut; die Differenzen waren unter günstigen Umständen kleiner als 1 Proz., was für die meisten Zwecke der Arbeit mehr als ausreichend war.

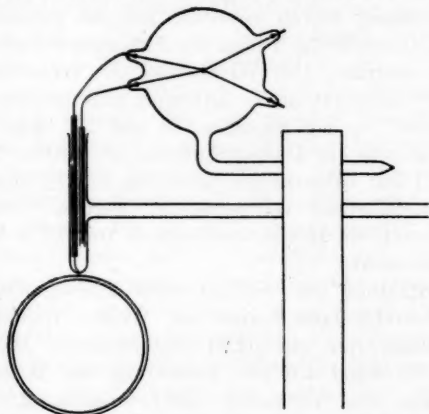


Fig. 2.

Zum Nachweis der Potentialbäuche und Knoten längs des dielektrischen Drahtes diente ein aperiodischer Detektor, der aus einem Vakuumthermoelement mit zwei parallel geführten Antennen aus Konstantandraht von 0,1 mm Durchmesser bestand. Die Anordnung ist aus Fig. 2 zu ersehen. Die Konstantandrähte waren bis auf ein biegsames Ende durch dünne Glasröhrchen voneinander isoliert in einer gemeinsamen, 3 mm starken Glasröhre angebracht, die ihrerseits in einer weiteren Führungsröhre in vertikaler Richtung beweglich war. Die eine Antenne war nach unten etwas länger als die andere; sie endigte in einem in die bewegliche Röhre eingeschmolzenen Platindraht, so daß sie, auf der Oberfläche des dielektrischen Zylinders aufliegend, stets mit Punkten höheren Potentials als die andere Antenne in Verbindung stand. Durch Abstandsänderung der beiden Antennenenden

sollte die Potentialdifferenz zwischen ihnen variiert werden, durch genügendes Verkleinern des Abstandes eine angenäherte Punktsonde erstrebt werden. Eine derartige Sonde ist für den Nachweis der Wellen und die Messung ihrer Länge nicht notwendig, wohl aber wünschenswert, wenn die Abnahme der Feldstärke in radialer Richtung, die Frage nach einer Neigung der Kraftlinien oder eventuell der Zustand im Drahtinneren untersucht werden sollen. Da wegen Zeitmangels diese Punkte nur eine flüchtige, der letztgenannte überhaupt keine Behandlung finden konnten, soll auf die noch unvollständigen Untersuchungen über die Antennenverhältnisse nicht eingegangen werden. Der Widerstand der verschiedenen verwendeten Detektorsysteme — Antennen plus dem stets gleichen Thermoelement — lag zwischen 15 und 25 Ohm. Als Galvanometer konnte ein Drehspulinstrument mittlerer Empfindlichkeit — 1 cm ballistischer Ausschlag = 6,11 Mikrovolt bei 3,20 m Skalenabstand — verwendet werden. Diesem Ausschlag entsprach ein Hochfrequenzstrom von 0,773 Milliampere im Thermoelement.

Zur Aufnahme der dielektrischen Flüssigkeiten dienten Glasrohre verschiedener Länge und Weite. Welchen Einfluß die Umhüllung des eigentlich untersuchten Dielektrikums durch die Glaswand auf die Ausbildung der Wellen ausübt, läßt sich aus den Versuchen nicht entnehmen. Nach der Theorie ist zu folgen, daß er nur gering sein kann wegen der geringen Größe von  $\nu$  bei Glas; selbst bei meinem weitesten Rohr von 5,76 cm äußerem Durchmesser hätten, wenn es ein gläserner Vollzylinder<sup>1)</sup> gewesen wäre, bei den verwendeten Periodenzahlen keine dielektrischen Wellen auftreten können. Zur experimentellen Untersuchung dieser Frage hätten Parallel-

1) Bei dem dicken mir zur Verfügung stehenden Vollzylinder von 2,5 cm Durchmesser war keine Spur von stehenden Wellen nachzuweisen, ebensowenig bei einem 3 cm dicken Hartgummizylinder. Dagegen war bei einem dickwandigen gläsernen Standzylinder von 45 cm Länge und 7,8 cm Durchmesser, dessen Inneres zunächst mit dünnen Glasstäben ausgefüllt, bei Erregung mit der kleinsten Welle eine allerdings sehr schwache Andeutung stehender Wellen zu erkennen. Bei Annahme des für Glas schon großen Wertes  $\nu = 3$  erhielte man als Grenzwellenlänge für diesen Zylinder 19,84 cm; er dürfte also bei Wellen von 28,4 cm noch nicht ansprechen. Dieser Widerspruch gegen die Theorie tritt auch, wie später gezeigt wird, bei Wasserzylindern auf.

messungen in einem Medium von noch kleinerem  $\nu$ , also etwa in Hartgummiröhren, dienen können, deren Beschaffung in der erforderlichen Größe zurzeit jedoch unmöglich war. Ich halte es jedenfalls für unwahrscheinlich, daß durch die Glaswand die Wellenlängenmessungen an Wasserzylindern in merklichem Betrage beeinflusst werden können.

Die Glasröhren wurden durch schmale Brettschen mit Hartgummigabeln in horizontaler Lage gehalten, in einer durchschnittlichen Höhe von 20 cm über der Holzplatte des Experimentiertisches. Dieser war durch eine geerdete große Wand<sup>1)</sup> —  $132 \times 87$  cm — aus Weißblech von dem Aufstellungsplatz des Erregers getrennt; in der Wand befand sich eine durch eine Irisblende von 8 cm maximaler Weite verschließbare Öffnung. Bei den meisten Versuchen lag der dielektrische Zylinder hart an der Öffnung; bei manchen wurde er einige Zentimeter hindurchgeführt. Die Messungen waren bei anschließender Blende im allgemeinen etwas reiner als bei weiter Öffnung, bei der dafür eine wesentlich größere Intensität erzielt wurde. Auf die teils mit einer, teils mit zwei Einfüllöffnungen versehenen Glasröhren war eine Zentimeterteilung eingätzt, längs welcher der an einem Holzstatif befestigte Detektor verschoben wurde. Die Mehrzahl der verwendeten Rohre besaß ebengeschliffene Endflächen, auf welche 1 mm starke Spiegelglasscheiben aufgekittet waren; doch wurden auch, hauptsächlich zur Untersuchung von Aceton und Methylalkohol, Rohre mit möglichst eben zugeblasenen Endflächen verwendet.

### § 3. Beispiel einer Versuchsreihe.

Von den etwa 90 angestellten Versuchsreihen soll hier nur eine einzige ausführlich mitgeteilt und besprochen werden; einige andere, deren Darstellung von bestimmten Gesichtspunkten aus wünschenswert ist, sollen im Laufe der Arbeit durch Kurven veranschaulicht werden.

Es wurde hier die kürzeste Erregerwelle von 28,4 cm Länge verwendet. Der dielektrische Draht bestand aus einer mit destilliertem Wasser gefüllten Glasröhre von 34,3 cm Länge, 3,26 cm äußerem Durchmesser und einer Wandstärke

1) Zum bloßen Nachweis der stehenden Wellen ist diese Wand nicht erforderlich.

von etwa 1 mm. Die Irisblende umschloß die Röhre dicht anliegend bei Teilstrich 1 der Teilung, die ihren Nullpunkt dem Erreger zukehrte. Da trotz dieser möglichst guten Abschirmung von Störungen eine Beeinflussung des Detektors auch bei ungefüllter Röhre bestehen blieb, so wurde, wie bei allen genaueren Messungen, eine Versuchsreihe mit ungefüllter Röhre vorgenommen; der so erhaltene Ausschlag ist in der Tabelle mit  $a_0$  bezeichnet. Längs der leeren Röhre sind stehende Wellen nicht vorhanden. Der Ausschlag  $a_0$  rührte übrigens nur zum geringsten Teil von der Anwesenheit der Glasröhre her; durch Entfernen derselben wurde er nur um einen geringen Bruchteil verkleinert, etwa derart, daß  $\sqrt{a_0}$ , das Maß für die Potentialdifferenz am Detektor, um höchstens 10 Proz. abnahm.

Ein Teil dieses Ausschlages  $a_0$  rührte sicher von äußeren Störungen her; denn nachdem er bei zunehmendem Abstand des Detektors vom Metallschirm zuerst rasch abgenommen hatte, begann er in größerer Entfernung, etwa von 80 cm aufwärts, wenn auch schwach, so doch deutlich zu wachsen, was für eine Wirkung der benachbarten Zimmerwand spricht. Wären derartige Einflüsse die einzige Ursache von  $a_0$ , so ließe er sich leicht in Rechnung setzen, indem man aus ihm und dem zugehörigen Ausschlag  $a$  mit Flüssigkeitsfüllung den Ausdruck  $\sqrt{a} - \sqrt{a_0}$  bildete. Indessen rührt zweifellos der größere Teil des Ausschlages  $a_0$  von der durch die Blendenöffnung hindurchtretenden Strahlung her, und es erscheint notwendig anzunehmen, daß sowohl die Intensität wie der Verlauf dieser Strahlung bei Anwesenheit eines stark brechenden Dielektrikums anders ausfallen als ohne ein solches. Dies wird sofort ersichtlich, wenn man derartig dimensionierte Röhren, daß keine stehenden Wellen auftreten, mit und ohne Flüssigkeiten untersucht;  $a$  ist dann stets größer als  $a_0$ , wenn es auch eine ähnliche Abhängigkeit von der Entfernung aufweist. Bei schwingungsfähigen Röhren sollte im Idealfall, d. h. beim Fehlen jeglicher dielektrischer und Leitungsverluste und bei Erregung durch vollkommen ungedämpfte Wellen, die durch die Blende eindringende Schwingungsenergie nur in Wellen der gleichen Periode sich fortpflanzen: die Minimumstellen des Potentials müßten vollkommene Nullstellungen sein. Dieser Idealzustand war natürlich nicht zu erreichen,

auch nicht durch Bildung des Ausdrucks  $\sqrt{a} - \sqrt{a_0}$ , wenn-  
gleich die Täler des Potentialverlaufes dadurch etwas vertieft  
wurden. Eine wirkliche Verbesserung gegenüber der  $a$ - oder  
 $\sqrt{a}$ -Kurve wird auf diese Weise nur in großen Entfernungen  
vom Schirme gewonnen, indem die Umgebungsstörungen eli-  
miniert werden. Bei der als Beispiel gewählten Reihe muß  
durch  $\sqrt{a} - \sqrt{a_0}$  der Wellenverlauf eher gefälscht als verbessert  
erscheinen, weil durch  $\sqrt{a_0}$  die Störungskomponente in Luft  
statt der in Wasser berücksichtigt wird. Ich habe indessen  
ein solches Beispiel gewählt, weil gerade hier die Einwirkung  
dieser Komponente deutlich in Erscheinung tritt. In großen  
Abständen ist wegen der Kleinheit von  $a_0$  sein Einfluß so  
schwach, daß das Aussehen der Kurve durch seine Berück-  
sichtigung nur unbedeutend geändert wird.

Die mitgeteilten Werte von  $a$  sind in der Regel Mittel-  
werte aus zwei Einzelbeobachtungen. Eine größere Zahl wurde  
vermieden, um nicht die Funkenstrecke zu sehr zu beanspruchen  
und dadurch die Konstanz der Schwingungen zu beeinträch-  
tigen. Nur die Punkte in nächster Nähe der Potentialknoten  
und Bäuche wurden genauer untersucht, indem nach Über-  
schreiten einer solchen Stelle in einer Richtung die hierher  
gehörigen Punkte in umgekehrter Reihenfolge nochmals durch-  
gemessen wurden, wodurch auch eine etwaige zeitliche Intensitäts-  
abnahme der Schwingungen Berücksichtigung fand. In der  
ersten Reihe der Tab. 1 sind unter „Stellung“ die bezifferten  
Punkte enthalten, an welchen der Detektor angelegt wurde;  
in den Kurven sind sie als Abszissen, die in Zentimetern ge-  
messenen Galvanometerausschläge  $a$  bzw.  $a_0$  und die Werte  
 $\sqrt{a} - \sqrt{a_0}$  als Ordinaten eingetragen.

Eine Betrachtung der Tab. 1 und der Kurven in Fig. 3  
zeigt, daß gut ausgeprägte stehende Wellen vorhanden sind.  
Der Vorgang stellt sich dar als Superposition eines Vorganges  
mit räumlicher Periode und eines stetig abnehmenden Feldes.  
Die Auffassung ist wahrscheinlich, daß dieses letztere ein durch  
den höheren Brechungsexponenten verstärktes Analogon zu  
dem Felde ohne Flüssigkeit ist. Die Kurve für  $a$  hätte man  
sich demnach entstanden zu denken aus dieser „Störung“  
und einem Kurvenbild, das aus dem Zusammenwirken zweier  
gedämpfter Sinusschwingungen im gleichen Dekrement hervor-



Tabelle 1.

Stellung	$a_0$	$a$	$\sqrt{a} - \sqrt{a_0}$	Stellung	$a_0$	$a$	$\sqrt{a} - \sqrt{a_0}$
4	8,1	26,0	2,25	19		9,9	0,91
5		21,2	1,87	20	4,9	9,6	0,88
6	7,1	17,5	1,52	21		11,1	1,14
7		15,9	1,40	22	4,7	13,5	1,51
8	6,3	14,6	1,31	24	4,6	20,4	2,37
9		15,5	1,48	25		22,0	2,55
10	6,2	—	—	26	4,5	22,9	2,66
11		19,4	1,96	27		21,7	2,54
12	5,8	22,1	2,29	28	4,4	17,8	2,12
13		23,9	2,52	29		13,6	1,59
14	5,5	24,1	2,56	30	4,4	9,5	0,98
15		22,2	2,39	31		6,7	0,49
16	5,3	19,1	2,07	32	4,3	6,4	0,46
17		—	—	33		7,9	0,74
18	5,1	11,7	1,16	34	4,3	9,7	1,05

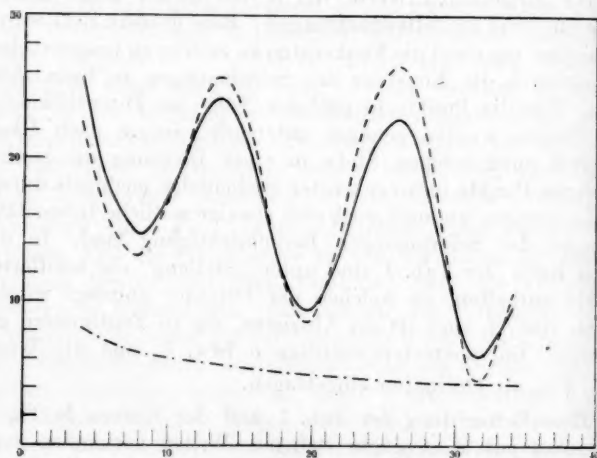


Fig. 3.

geht. Es ist aber nicht angängig, für die längs des Drahtes fortschreitenden Wellen das Erregerdekrement anzunehmen, da, wie aus den später zu besprechenden Versuchen folgt, dielektrische Verluste im Flüssigkeitszylinder hinzukommen. Einige Vorversuche lassen es möglich erscheinen, durch Kopplung eines Resonanzkreises an den Flüssigkeitszylinder das

Dekrement der dielektrischen Drahtwellen gesondert zu bestimmen; indessen habe ich Messungen in dieser Richtung nicht mehr anstellen können.

Der Verlauf der gestrichelt gezeichneten Kurve für  $\sqrt{a} - \sqrt{a_0}$  läßt deutlich erkennen, daß in der Nähe des Schirmes dieser Ausdruck nicht die wahre Potentialverteilung geben kann. Der Umstand, daß das zweite Potentialmaximum das erste überhöht, führt zu dem Schluß, daß die „Störung“ mit Dielektrikum anders verläuft als die ohne. Bei Versuchen in der Mitte längerer Reihen findet diese Erscheinung nicht mehr statt, wohl aber bei den  $\alpha$ -Kurven in großen Abständen vom Schirm, wenn die Einwirkung der Zimmerwand, die sich in einem Anwachsen von  $a_0$  kundgab, anwächst. In solchen Fällen gibt natürlich die Kurve für  $\sqrt{a} - \sqrt{a_0}$  ein richtigeres Bild, indem die Potentialbäuche dann ständig abnehmen.

Trotz dieser Fehlerhaftigkeit der Kurven sind die stehenden Wellen in ihnen doch so gut ausgeprägt, daß die Wellenlänge der Schwingungen am dielektrischen Draht doch ziemlich sicher aus ihnen entnommen werden kann, um so besser, je weniger man die Knoten und Bäuche in der unmittelbaren Schirmnähe verwendet. Aus Fig. 3 würde sich als halbe Wellenlänge an diesem Rohr der Wert 12,0 cm ergeben; ein im nächsten Paragraphen beschriebenes Verfahren, das die Schirmstörungen besser ausschaltet, liefert den richtigen Wert 12,2.

Es sei hier noch darauf hingewiesen, daß so verhältnismäßig scharfe Maxima und Minima wie in Fig. 3 nur erhalten werden, wenn man sich von der Grenzwellenlänge nicht zu sehr entfernt. Die theoretische Grenzwellenlänge des Rohres sollte  $1,53 \cdot 23,4 = 35,8$  cm sein, während die verwendete Erregerzelle 28,4 cm lang war. Je mehr man sich von den günstigen Versuchsbedingungen entfernt, um so mehr verflachen die Wellen, um allmählich ganz zu verschwinden.

#### § 4. Einige Versuchseinzelheiten.

Wie aus den bisherigen Ausführungen hervorgeht, erhält man bessere Messungen, wenn man dazu Potentialbäuche und Knoten in größerem Abstände vom Schirm aussucht, was eine Verwendung langer Rohre bedingt. Bei längeren Wellen sind solche ohnedies erforderlich. Bei der Untersuchung

mancher Fragen, die ein häufiges Auswechseln der Flüssigkeiten verlangen oder ein Auskommen mit verhältnismäßig wenig Substanz wünschenswert machen, bieten kurze Rohre zweifellos größere Bequemlichkeit. Ein einfacher Kunstgriff erlaubt nun, die bei längeren Rohren erreichbare höhere Meßgenauigkeit mit den Vorteilen der kurzen Rohre zu verbinden. Er besteht im wesentlichen darin, daß man ein längeres Rohr teilt, in eines, das nur zur Übertragung der Wellen dient, und in ein zweites, in Verlängerung des ersten, an dem die stehenden Wellen untersucht werden. Der Gewinn liegt in dem Umstande, daß man das vordere, das Übertragungsrohr, bei allen Versuchen unverändert läßt; nötig ist nur, daß es für die verwendete Erregerwelle günstig dimensioniert ist. Das zweite, das Meßrohr, kann beliebig ausgetauscht oder mit anderen Füllungen untersucht werden; es kann also auch ganz andere Dimensionen haben als das erste. Durch mehrfache Versuche wurde festgestellt, daß die am Meßrohr erhaltene Wellenlänge bei gegebener Flüssigkeit nur von seinem Radius, nicht von dem des Übertragungsrohres abhing. Ein Beispiel mit Wasserfüllung möge dies dartun. Erregerwellenlänge 28,4 cm, Radius des Übertragungsrohres  $\varrho = 1,53$  cm:

Radius  $\varrho$  des Meßrohres 1,53 cm, halbe Wellenlänge = 12,2 cm  
 " " " 1,00 " " " " = 14,0 "

An Stelle des dielektrischen Zylinders (Meßrohres) wurden leere Metallrohre<sup>1)</sup> verwendet, und auf ihnen stehende Wellen nachgewiesen, die gleichfalls sehr scharf, noch besser als auf den günstigsten dielektrischen Zylindern auftraten.

Radius des Metallrohres 1,65 cm, halbe Wellenlänge = 14,2 cm  
 " " " 1,00 " " " " = 14,2 "

Auf Metallrohren sind die aus stehenden Wellen erhaltenen Wellenlängen im verwendeten Bereich unabhängig vom Rohrhalmmesser; sie sind der Erregerwellenlänge numerisch gleich. Die Wellen pflanzen sich mit Lichtgeschwindigkeit fort. Auf dielektrischen Zylindern hängt die gemessene Wellenlänge vom Radius ab; dieser Punkt wird im nächsten Abschnitt genauer

1) Bei derartigen Versuchen ist es vorteilhaft, den Detektor nicht galvanisch zu koppeln, d. h. die Platinspitze der Antenne nicht die Röhre berühren zu lassen, sondern sie durch eine nicht zu dünne isolierende Schicht, etwa aus Schellack, von ihr zu trennen.

behandelt. Hier werde nur bemerkt, daß die Wellenlänge 24,4 cm bei  $q = 1,53$  cm, die mit einem kurzen Rohr von 34 cm Länge gefunden wurde, dieselbe ist, die bei einem gleich dicken Rohr von 150 cm Länge in größerem Abstände vom Schirm nach der direkten Methode des vorigen Paragraphen erhalten wurde. Die Rohrlänge kommt daher nicht in Betracht.

Es ist nicht notwendig, daß der Abstand zwischen Übertragungs- und Meßrohr ein bestimmter ist. Noch bei einer Entfernung von etwa 2 cm der gegenüberstehenden Endflächen fand eine für Meßzwecke hinreichende Übertragung statt. Die absolute Lage der Maxima und Minima auf dem Meßrohr wird natürlich bei wechselndem Abstände geändert, nicht aber die gemessene Wellenlänge. Dagegen hängt die gute Ausbildung der Knoten und Bäuche in hohem Maße von der Dimensionierung des Übertragungsrohres ab; läßt dieses die Wellen nur schlecht oder gar nicht durch, so kommt dies auf dem Meßrohr in gleicher Weise zum Ausdruck, mag dieses noch so günstig für die Erregerwelle abgepaßt sein. Dies gilt auch, wenn der dielektrische Meßzylinder durch ein leeres Metallrohr ersetzt wird.

Wie schon erwähnt, bildeten sich auf den leeren Metallrohren die stehenden Wellen noch stärker aus als auf den besten dielektrischen Zylindern, was aus den Kurven in Fig. 4 zu ersehen ist, wo die ausgezogene Kurve für einen Wasserzylinder von  $q = 1,53$  cm gilt, die gestrichelte für ein Messingrohr von 3,30 cm Durchmesser bei 0,5 mm Wandstärke. Die Wellen an dem Metallrohr sind natürlich ganz anderer Art; es sind eben die gewöhnlichen an Metalldrähten beobachteten Hauptwellen. Wurde das mit ebenen Glasplatten verschlossene Metallrohr mit Wasser gefüllt, so ergab sich eine wesentlich andere Kurve, die in der Figur strichpunktirt dargestellt ist: die Intensität ist kleiner geworden als bei den dielektrischen Wellen, und die aus der Kurve zu entnehmende Wellenlänge von 26,6 cm ist ziemlich genau der Mittelwert zwischen 28,4 cm für die Haupt- und 24,4 für die dielektrische Nebenwelle. Da Haupt- und Nebenwelle, jede für sich untersucht, wenigstens angenähert gleich hohe Maxima besitzen, so folgt aus der starken Intensitätsabnahme beim Zusammenwirken beider, daß zwischen ihnen eine beträchtliche

Phasendifferenz bestehen muß. Es erscheint möglich, dieselbe aus derartigen Versuchen zu bestimmen; dabei wäre es günstiger, einen solchen Durchmesser des Metallrohres zu wählen,

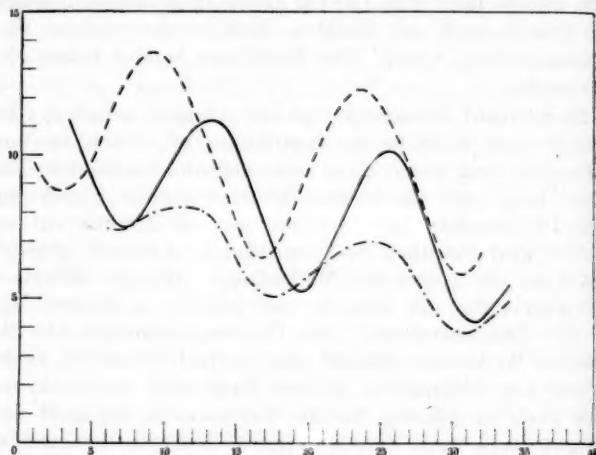


Fig. 4.

daß auch für die dielektrische Welle Lichtgeschwindigkeit besteht, was z. B. mit dem hier verwendeten Erreger für das Metallrohr von 2 cm Durchmesser erfüllt gewesen wäre. So gehört auch dieser Punkt der Untersuchungen zu den verschiedenen hintangestellten, die ich aus Zeitmangel nicht mehr bearbeiten konnte.

#### § 5. Die Abhängigkeit der gemessenen Wellenlänge vom Radius des dielektrischen Drahtes.

Nach der allerdings nur für ein ideales Dielektrikum gültigen Theorie kann, wie in der Einleitung und in § 1 ausgeführt wurde, eine Welle gegebener Periode längs des dielektrischen Drahtes sich nur dann überhaupt ausbreiten, wenn die der Schwingung im Vakuum zukommende Wellenlänge

$$l \leq \varrho \cdot 2,61 \sqrt{\epsilon^2 - 1}$$

ist. Bei Gültigkeit des Gleichheitszeichens soll sich die Wellenlänge des Dielektrikums mit Lichtgeschwindigkeit fortpflanzen,

die Rohrwellenlänge gleich der Vakuumwellenlänge sein. Wird  $\varrho$  kleiner, als diesem Grenzfalle entspricht, so sollen die Wellen verschwinden, wird es größer, so sollen sie geringere Geschwindigkeit und Wellenlänge als im Vakuum besitzen.

Im folgenden mögen zunächst Messungen an destilliertem Wasser als Dielektrikum angeführt werden, die sich auf die Wellenlänge erster Ordnung beziehen. Hier gilt  $l \leq 23,4 \varrho$  cm. Mit  $l_t = 23,4 \varrho$  sei in den Tabb. 2 u. 3 die theoretische Grenzwellenlänge für jedes Rohr bezeichnet;  $\varrho$  bedeute, wie bisher, den inneren Halbmesser,  $d$  die Wandstärke des Glases,  $l$  die aus Knoten und Bäuchen erhaltene Wellenlänge und  $v$  die Fortpflanzungsgeschwindigkeit am dielektrischen Draht. Die jeweilige Rohrlänge  $L$  sei, obwohl nicht in Betracht kommend, der Vollständigkeit halber mit angeführt.

Tabelle 2.

Erregerwellenlänge = 28,4 cm.

$L$	$d$	$\varrho$	$l_t$	$l$	$v \cdot 10^{-10}$ cm	Bemerkungen
36 cm	0,16 cm	0,54 cm	12,6 cm	—	—	Keine sicheren Wellen
42 „	0,14 „	0,71 „	16,6 „	ca. 28 cm	2,95	Sehr schlechte Wellen
35 „	0,10 „	1,00 „	23,4 „	27,9 „	2,94	Gute Wellen
41 „	0,12 „	1,25 „	29,3 „	26,0 „	2,75	„ „
34 „	0,10 „	1,53 „	35,8 „	24,4 „	2,58	„ „
151 „	0,10 „	1,53 „	35,8 „	24,4 „	2,58	„ „
33 „	0,13 „	1,90 „	44,5 „	< 24 „	< 2,53	Wellen noch eben erkennbar
34 „	0,12 „	2,05 „	48,0 „	—	—	Keine Wellen

Tabelle 3.

Erregerwellenlänge = 52,0 cm.

$L$	$d$	$\varrho$	$l_t$	$l$	$v \cdot 10^{-10}$ cm	Bemerkungen
151 cm	0,11 cm	0,51 cm	11,9 cm	—	—	Keine Wellen
150 „	0,14 „	0,97 „	22,7 „	—	—	Andeutung von Wellen
151 „	0,10 „	1,53 „	35,8 „	52	3,0	Sehr schlechte Wellen
150 „	0,18 „	1,98 „	46,3 „	52	3,0	Mittelgute Well.
130 „	0,12 „	2,76 „	64,6 „	46	2,7	„ „

Aus diesen Tabellen<sup>1)</sup> folgt insofern eine qualitative Bestätigung der Theorie, als für eine gegebene Periode gute stehende Wellen nur in einem verhältnismäßig kleinen Variationsbereich des Halbmessers zustande kommen. Die von der Theorie gegebene quantitative Beziehung wird jedoch nicht bestätigt. Würde diese gelten, so könnten bei einer Erregerwellenlänge von 28,4 cm stehende Wellen erst bei Radien von 1,21 cm an aufwärts, bei einer von 52 cm erst von  $q = 2,22$  cm an auftreten. Dies ist nicht der Fall; die Wellen sind schon bei geringeren Werten von  $q$  mit Sicherheit vorhanden. Eine scharfe Grenze für ihr Zustandekommen existiert nicht. Immerhin erscheint es bemerkenswert, daß gut ausgebildete Wellen erst bei Radien vorkommen, welche die theoretischen Werte nicht allzuviel unterschreiten.

Nach der Seite der zu großen Radien gibt die Theorie keine scharfe Grenze an. Auch bei beliebig hohen Werten von  $q$  bleiben ja die Wellen im dielektrischen Zylinder bestehen; nur ihr Feld im Außenraum wird immer schwächer, so daß es mit wachsendem Radius bald der Beobachtung entgehen muß. Dies dürfte für eine Erregerwelle von 28,4 cm bei  $q = 2$  cm schon eingetreten sein, während es für die Welle von 52 cm mit dem größten vorhandenen Werte von  $q$  noch nicht erreicht ist.

*Versuche mit Methylalkohol und Aceton.* Es wurden hier nur Versuche mit der kürzesten Erregerwelle gemacht; die verwendeten Rohre hatten die Radien  $q = 0,71$ , 1,53 und 2,05 cm. Mit dem engsten Rohr war bei beiden Substanzen keine Andeutung von stehenden Wellen zu erkennen, wohl aber bei  $q = 1,53$  und  $q = 2,05$  cm. Indessen war die Ausbildung der Potentialbäuche und Knoten bei Methylalkohol eine so schlechte, daß Messungen mit dieser Substanz nicht zu machen waren; vermutlich ist dies durch die starke Absorption bedingt, welche bekanntlich so kurze Wellen in den Alkoholen erfahren. Dies folgt, abgesehen von theoretischen Erwägungen, aus dem Umstande, daß bei dem absorptionsfreien<sup>2)</sup> Aceton ziemlich brauchbare Resultate erhalten wurden.

1) Messungen mit der längsten Erregerwelle zeigten ein analoges Bild, nur wurden die stehenden Wellen erst beim dicksten Rohr einigermaßen brauchbar.

2) Im Vergleich zum Methylalkohol. Es war das gewöhnliche technische Aceton verwendet worden, nicht das thiophenfreie, das allein



Nach der Theorie wäre hier die Grenzwellenlänge gegeben durch  $\lambda_g = 11,7 \varrho$  cm, d. h. bei einer Erregerwellenlänge von 28,4 cm dürften erst Rohre von 2,43 cm Radius an aufwärts ansprechen. Dies ist auch hier nicht der Fall; eine ganz schwache Andeutung wurde schon bei  $\varrho = 1,53$  cm gefunden. Bei  $\varrho = 2,05$  cm waren die Bäuche und Knoten doch schon so weit ausgebildet, daß eine rohe Bestimmung der Wellenlänge möglich war, die zwischen 26 und 27 cm liegen mochte. Lichtgeschwindigkeit wurde also nicht erreicht. Es wurde also auch hier wie bei Wasser nur eine angenäherte Bestätigung der Theorie erhalten.

#### § 6. Einfluß des Leitvermögens auf die Ausbildung der dielektrischen Wellen.

Es ist naheliegend, die Widersprüche, die nach dem Vorausgehenden zwischen den Folgerungen der Theorie und den Beobachtungsergebnissen bestehen, auf den Umstand zurückzuführen, daß die Voraussetzungen der Theorie bei den Versuchen nicht hinlänglich erfüllt sind. Zunächst ist zu beachten, daß die Erregerwellen eine, wenn auch geringe Dämpfung besitzen. Zu quantitativen Dekrementmessungen bin ich nicht mehr gekommen; indessen konnte ich beim Ausprobieren der Erreger doch erkennen, daß die dielektrischen Wellen besonders gut ausfielen, wenn gleichzeitig der Resonanzkreis auf die Erregerwellen möglichst scharf abzustimmen war. Bei Wiederholung der Versuche wird daher auf die Untersuchung dieses Umstandes Gewicht zu legen sein.

Auf eine andere Abweichung von den Annahmen der Theorie wurde schon in der Einleitung hingewiesen; sie liegt darin begründet, daß die Theorie nur für ein vollkommen nichtleitendes Dielektrikum ausgearbeitet ist. Dabei ist der Begriff des Isolationsvermögens weit zu fassen; es genügt nicht, daß keine frei beweglichen Ionen vorhanden sind, sondern auch dielektrische Verluste in Wechselfeldern sollen ausgeschlossen sein. Einer so idealisierten Forderung kann natürlich nicht

nach Drude nahezu absorptionsfrei ist. Es erscheint nicht ausgeschlossen, daß bei Verwendung eines wirklich absorptionsfreien Acetons ein wesentlich besserer Anschluß an die Theorie erzielt würde. Andererseits ist anzunehmen, daß infolge des für diese Versuche schon kleinen Brechungsexponenten etwaige Störungen durch die Glaswand des Rohres stärker ins Gewicht fallen.

entsprochen werden. Um ein ungefähres Urteil darüber zu gewinnen, welche Rolle ein unzulängliches Isolationsvermögen beim Zustandekommen der dielektrischen Wellen spielt, habe ich eine Anzahl von Versuchen mit künstlicher Erhöhung des Ionenleitvermögens angestellt.

Die verwendeten dielektrischen Flüssigkeiten waren destilliertes und Leitungswasser, ferner zwei verdünnte Kochsalzlösungen vom Leitvermögen  $\kappa_{18} = 48,5 \cdot 10^{-4}$  bzw.  $300 \cdot 10^{-4}$ . Außerdem wurden als gut leitende Flüssigkeiten noch untersucht konzentrierte Kochsalzlösung —  $\kappa_{18} = 0,216$  —, eine Schwefelsäurelösung —  $\kappa_{18} = 0,718$  — und nach deren Verbrauch eine mit  $\kappa_{18} = 0,735$ .

Die stehenden Wellen bildeten sich bei Füllung der Rohre mit Leitungswasser fast ebensogut als bei destilliertem, obwohl sich die Leitvermögen verhielten wie 4,4:1. Eine erhöhte Reinigung des destillierten Wassers durch Ausfrierenlassen gab keine merkliche Verbesserung. Dies führt zu dem Schluß, daß ein Leitvermögen von der Größenordnung  $\kappa = 10^{-4}$  nicht mehr in Betracht kommt; es ist eher anzunehmen, daß die dadurch bedingten Energieverluste klein sind gegenüber denen, die hervorgehen aus der Beeinflussung molekularer Dipole, wie sie Hr. Debye<sup>2)</sup> zur Erklärung der hohen Dielektrizitätskonstanten annimmt.

Bei Beträgen des Leitvermögens, wie sie den verdünnten Kochsalzlösungen zukommen, tritt eine sehr deutliche Wirkung auf die Ausbildung der Wellen ein. In Rohren, welche mit Wasser gut ausgeprägte Maxima und Minima lieferten, blieben diese bei Füllung mit der verdünnten der beiden NaCl-Lösungen zwar noch erhalten, auch Lage und Abstand derselben unverändert; doch waren die Potentialgipfel schon beträchtlich niedriger und abgeflachter, und der Verlauf der Kurve sprach für erhöhte Dämpfung der Schwingungen. Ein

1) Diese Leitvermögen wurden nur relativ gemessen.

2) Hr. Debye, mit dem ich über den Widerspruch meiner Ergebnisse mit den Folgerungen der Hondros-Debyeschen Arbeit korrespondierte, machte mich auf den Einfluß aufmerksam, den dieser nicht vom Leitvermögen herrührende Absorptionsindex ausüben müsse. Aus den Rubensschen Beobachtungen — Verh. d. D. Phys. Ges. 17. p. 315. 1915 — läßt sich zahlenmäßig folgern, daß dieser einem Leitvermögen von etwa  $20-30 \cdot 10^{-4}$  äquivalent ist.

Beispiel dafür sei in Fig. 5<sup>1)</sup> gegeben, das mit der Erregerwelle von 28,4 cm und dem kurzen Rohr vom Radius  $\varrho = 1,53$  cm aufgenommen ist. Die ausgezogene Kurve gibt den Verlauf bei destilliertem Wasser, die gestrichelte bei der Lösung.

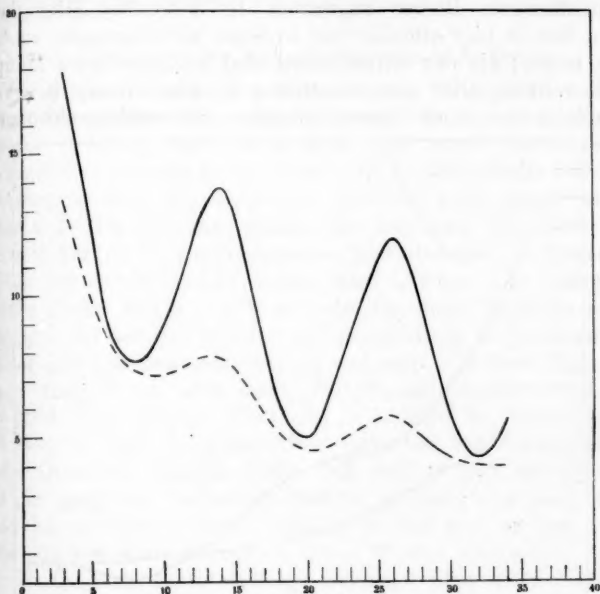


Fig. 5.

In noch gesteigertem Maße machte sich dieser Einfluß des Leitvermögens bei der Lösung mit  $\kappa = 300 \cdot 10^{-4}$  geltend. Bei Verwendung für Wasser günstig dimensionierter Rohre waren mit der Lösung noch Andeutungen stehender Wellen zu erhalten; wahrscheinlich wären diese für etwas höhere Werte von  $\kappa$  vollkommen verschwunden. Dagegen traten bei Verwendung der konzentrierten Kochsalzlösung wieder stehende Wellen auf, aber bedeutend schlechter als bei Wasser. Benutzt man jedoch Rohre, die für Wasser in dem Sinne ungünstig dimensioniert sind, daß ihr Radius nach der Theorie

1) Das Meßrohr lag ohne Übertragungsrohr am Erreger; auch war es nicht abgeblendet.

für verlustlose Dielektrika zu klein für das Auftreten von Schwingungen ist, so war das Gegenteil möglich: die Wellen konnten bei der konzentrierten NaCl-Lösung besser werden als bei Wasser, und zwar verschob sich das Verhältnis mit abnehmendem Radius zugunsten der leitenden Flüssigkeit. Man hat es hier offenbar mit anderen Schwingungen zu tun wie bisher; die neu auftretenden sind Leitungs- oder Hauptwellen. Dies tritt noch deutlicher in Erscheinung bei Verwendung der noch besser leitenden Schwefelsäurelösungen.

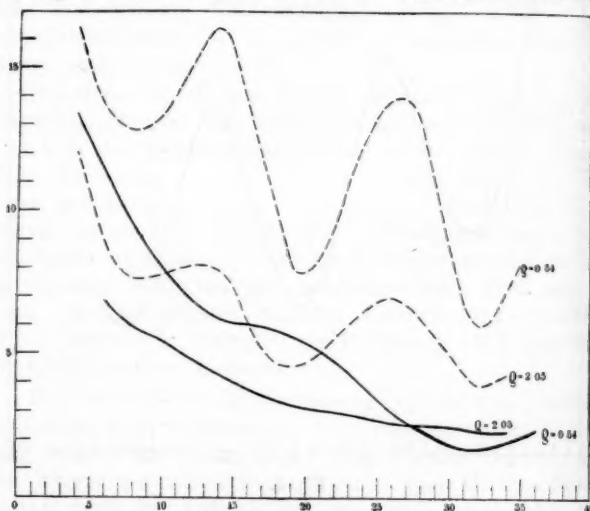


Fig. 6.

Hier wurden immer Wellen erhalten, auch in den in Tab. 2 und 3 bezeichneten Fällen, wo mit Wasser überhaupt keine nachzuweisen waren, wie dies z. B. Fig. 6 zeigt, die Versuche mit den Radien  $q = 0,54$  und  $2,05$  cm darstellt. Die ausgezogenen Kurven beziehen sich auf die Wasser-, die gestrichelten auf die Säurefüllungen. Die Versuche mit  $H_2SO_4$ -Lösungen lieferten immer mindestens ebenso gute Kurven als die mit Wasser, meistens aber bessere, d. h. die Schwingungen waren intensiver und die stehenden Wellen reiner ausgebildet. Dabei gewann ich jedoch den Eindruck, als ob die Überlegenheit der Wellen an Schwefelsäure am meisten

bestünde bei für Wasser zu kleinen Radien, weniger bei zu großen und kaum noch bei günstig dimensionierten Rohren. Indessen waren meine Versuche in dieser Richtung zu wenig zahlreich, als daß sich Folgerungen aus diesem Verhalten ziehen ließen.

#### § 7. Nachweis der Nebenwellen zweiter Ordnung.

In § 1 wurde angeführt, daß nach der Theorie außer den bisher behandelten Nebenwellen erster Ordnung noch solche höherer Ordnung vorkommen, deren jede wieder durch eine bestimmte Grenzwelle festgelegt ist. Für die Grenzwelle zweiter Ordnung besteht die Beziehung  $l_2 = 10,2 \varrho$  cm, wenn man Wasser als Dielektrikum wählt. Ein bequemer Nachweis ist nur mit kurzen Wellen zu erwarten, hier also mit der 28,4 cm-Welle; der entsprechende Radius wäre 2,78 cm. Das weiteste meiner Rohre mit  $\varrho = 2,76$  war also für diese Versuche sehr geeignet. In der Tat konnten auf diesem Rohr die erwarteten Wellen gut nachgewiesen werden, und zwar mit einer Wellenlänge von 27 cm, also einer Fortpflanzungsgeschwindigkeit  $v = 2,86 \cdot 10^{10}$ . Dieser Wert von  $v$  spricht, in Verbindung mit dem in Tab. 2 dargestellten Verhalten der Nebenwellen erster Ordnung, deutlich dafür, daß man es hier tatsächlich mit der gesuchten Nebenwelle zweiter Ordnung und nicht mit einer kurzwelligeren erster Ordnung zu tun hat, da ihre Geschwindigkeit sonst kleiner als  $2,5 \cdot 10^{10}$  sein müßte.

Wenn auch keine weiteren Versuche über diese Wellen zweiter Ordnung angestellt werden konnten, so ist doch anzunehmen, daß auch sie in ihren Abweichungen von der Theorie sich denen erster Ordnung ähnlich verhalten. Demnach wäre zu erwarten, daß auch bei kleineren Radien als 2,76 cm diese Wellen auftreten müßten. Die Versuche an den größeren Radien der Tab. 2 scheinen dagegen zu sprechen. Indessen ist es nicht ausgeschlossen, daß das vollkommene Fehlen von Wellen bei  $\varrho = 2,05$  durch ein Zusammenwirken kürzerer Schwingungen erster und längerer der zweiten Ordnung zustande gekommen ist.

#### § 8. Über das elektrische Außenfeld der Nebenwellen erster Ordnung.

Im folgenden mögen noch einige Beobachtungen Erwähnung finden, die sich auf das elektrische Feld in der Umgebung

des dielektrischen Drahtes beziehen. Auf das Glasröhrchen, das die beiden Antennenenden des Empfängers zusammenhielt, wurden gläserne Verlängerungen gesetzt, so daß dieselben Versuche wie bisher an der Oberfläche des Rohres in bekannten Abständen davon vorgenommen werden konnten. Diese Versuche wurden mit der 28,4 cm-Welle an den Rohren  $\varrho = 0,71$ ,  $\varrho = 1,00$  und  $\varrho = 1,53$  cm unter Verwendung eines Übertragungsrohres mit eng anliegender Blende angestellt; der größte Abstand der näheren Antenne von der Oberfläche betrug dabei 1,9 cm, der der anderen 0,5 cm mehr. Wurde das Rohr ungefüllt untersucht, so waren die Ausschläge  $a_0$  bei Messung an der Oberfläche und im größeren Abstände fast genau die gleichen, im zweiten Falle eigentümlicherweise etwas größer. Mit Wasserfüllung waren die Anschläge  $a$ , wie zu erwarten, an der Oberfläche gemessen, bedeutend größer. Die in den Potentialmaximis durch  $\sqrt{a} - \sqrt{a_0}$  gemessenen Feldstärken verhielten sich bei verschiedenen Abständen in roher Annäherung wie die reziproken mittleren Antennenendenabstände von der Achse des dielektrischen Zylinders. In den Potentialminimis wurden die Differenzen  $\sqrt{a} - \sqrt{a_0}$  zu klein, um aus diesen Messungen auch nur einigermaßen sichere Schlüsse ziehen zu können.

Bei allen drei Rohren ergab sich die Lage der Knoten und Bäuche am dielektrischen Zylinder als unabhängig von dem Abstand der Antennen von der Oberfläche. Demnach würden die elektrischen Kraftlinien senkrecht zur Drahtachse einfallen. Es sei jedoch bemerkt, daß wegen der quadratischen Empfindlichkeit des Detektors die Ausschläge bei Messungen im größten Abstände schon ziemlich klein wurden; bei der hierdurch wesentlich verringerten Meßgenauigkeit mußten etwaige Abweichungen von der Normalen, die weniger als  $10^\circ$  betrugen, der Beobachtung entgehen.

#### Zusammenfassung.

Es wird eine Versuchsanordnung angegeben, die es ermöglichte, die von den Herren Hondros und Debye theoretisch vorausgesagten und von den Herren Rüter und Schriever zuerst experimentell nachgewiesenen elektromagnetischen Wellen an dielektrischen Drähten mit genügender Intensität und in befriedigender Reinheit herzustellen und

ihren Verlauf messend zu verfolgen. Als solche Drähte dienten mit Wasser bzw. mit Methylalkohol oder Aceton gefüllte Glasrohre.

Einige aus der Theorie sich ergebenden Schlußfolgerungen wurden geprüft; dieselben fanden sich zwar qualitativ, aber nicht in quantitativer Hinsicht bestätigt. Eine von der Theorie vorausgesagte Grenzwellenlänge, welche allein durch den Drahtradius und den elektrischen Brechungsexponenten des Mediums bestimmt ist, so daß größere Wellen als sie längs des Drahtes nicht möglich sein sollten, existiert nicht. Indessen ist hervorzuheben, daß die Einhaltung der für diese Grenzwellenlänge nach der Theorie gültigen Verhältnisse zu den günstigsten Versuchsbedingungen führt; eine merkliche Überschreitung dieser Verhältnisse verschlechtert die Wellen oder läßt sie ganz verschwinden.

Die Widersprüche zwischen den Ergebnissen der Theorie und den Beobachtungsergebnissen sind wohl hauptsächlich auf den Umstand zurückzuführen, daß die Theorie nur auf ideale, d. h. verlustfreie Dielektrika zugeschnitten ist. Damit steht im Einklange, daß durch künstliche Leitfähigkeitserhöhung der dielektrischen Flüssigkeiten die dielektrischen Drahtwellen vernichtet werden können. Unter diesem Gesichtspunkt ist es wahrscheinlich, daß die Abweichungen teilweise nicht auf das geringe Ionenleitvermögen der Dielektrika zurückzuführen sind, sondern auf einen elektrischen Absorptionsindex, der nach der Theorie von Debye durch das Vorhandensein molekularer Dipole in flüssigen Dielektrika bedingt ist.

Die in der vorstehenden Arbeit mitgeteilten Untersuchungen beziehen sich nur auf den Fall, daß die den dielektrischen Draht anregende Welle von der gleichen Größenordnung ist wie die Grenzwellenlänge, die sich aus der Theorie ergibt. Der ebenfalls von den Herren Hondros und Debye diskutierte Fall, daß die Erregerwellen klein gegenüber der Grenzwellenlänge des Drahtes ist, hat hier keine Bearbeitung gefunden.

(Eingegangen 9. März 1916.)



**3. Die träge Masse schnell bewegter Elektronen.  
(Ergänzungen zu der gleichnamigen Arbeit  
des Herrn G. Neumann);  
von Clemens Schaefer.**

In der Arbeit von Hrn. G. Neumann, die unter meiner Leitung im hiesigen Institut ausgeführt worden ist, ist folgendes Ergebnis erzielt worden (l. c. p. 578): „Die Gültigkeit der Lorentz-Einsteinschen Formel für die träge Masse des Elektrons ist im Geschwindigkeitsintervalle von  $\beta = 0,4$  bis  $\beta = 0,7$  erwiesen. Der nach dieser Formel sich ergebende Wert von  $(e/m)_0$  zeigt in dem genannten Intervalle völlige Konstanz; die einzelnen Werte weichen im Mittel nur um einige Promille nach beiden Seiten ab. . . Im Geschwindigkeitsbereiche  $\beta = 0,7$  bis  $\beta = 0,8$  ist die Konstanz von  $(e/m)_0$  nach der Lorentz-Einsteinschen Formel noch nicht sicher gestellt, aber auch nicht widerlegt, da hier Mängel der Versuchsanordnung in Betracht kommen können. Für  $(e/m)_0$  ergibt sich der Wert  $1,765 \cdot 10^7$  elektromagnetische Einheiten ( $\pm 1,5$  Prom.).“<sup>1)</sup>

Zu diesem Resultate möchte ich einige Ergänzungen liefern, die sich auf das unentschieden gelassene Intervall  $0,7-0,8$  beziehen.

Betrachtet man die Tab. X auf p. 570 der genannten Arbeit, so erkennt man, was im dortigen Texte auch mehrfach hervorgehoben ist, daß von den vier Aufnahmen, die sich auf die Geschwindigkeit  $0,8$  beziehen, drei, nämlich die Nummern 37, 47, 55 einen Wert von  $(e/m)_0$  liefern, der vom Mittel stark einseitig nach oben abweicht. Die vierte Aufnahme, Platte 41, gab dagegen fast genau den oben angegebenen Mittelwert. Es machte also den Eindruck, als ob bei diesen großen Geschwindigkeiten eine systematische Abweichung von der Lorentz-Einsteinschen Theorie vorhanden sein könnte, und mit Rücksicht auf diese Möglichkeit wurde das dieses Geschwindigkeitsintervall betreffende Resultat der Arbeit in der obigen vorsichtigen Weise abgefaßt.

1) G. Neumann, Ann. d. Phys. 45. p. 529. 1914.

Wir neigten damals zu der Ansicht, daß hier die von Bestelmeyer vermutete Fehlerquelle vorliegen könnte, daß nämlich die Stelle größter Schwärzung nicht den „kompensierten“ Strahlen entspräche. Die Platten wurden damals mit Hilfe eines improvisierten Photometers<sup>1)</sup> gemessen. Bei einer genaueren Diskussion der photometrischen Messungen Neumanns wurde es mir wahrscheinlich, daß auch ein anderer Grund für die Abweichung vorhanden sein könne, nämlich die gerade an dieser Stelle äußerst ungünstig werdenden Eigenschaften des Photometers. Die zu messenden Schwärzungen sind nämlich auf den genannten Platten so schwach, daß das Photometrieren, wie schon Hr. Neumann konstatierte und wovon ich mich selbst überzeigte, sehr anstrengend und verhältnismäßig ungenau wird. Aus diesem Grunde habe ich geglaubt, die genannten Platten Neumanns mit einem besser geeigneten Photometer noch einmal untersuchen zu sollen. Ein solches stand jetzt zu meiner Verfügung, da Hr. R. Ladenburg inzwischen ein ihm gehöriges Hartmannsches Mikrophotometer im Institut aufgestellt hat, wo es zu anderen Messungen benutzt wird. Frl. Dr. H. Kohn, die gerade an demselben arbeitete, war so freundlich, die genannten Platten mit diesem vorzüglichen Instrumente nochmals auszumessen, wofür ich ihr meinen besten Dank sagen möchte. Das Resultat hat meine Vermutung bestätigt, indem jetzt der scheinbare Gang verschwunden ist und die neuen Werte von  $(e/m)_0$  dieser Platten nunmehr sehr nahe um den angeführten Mittelwert schwanken.

In den Neumannschen Bezeichnungen sind jetzt die Daten für die genannten drei Platten:

Nr. 37:  $z = 0,4950$  cm;  $(e/m)_0 = 1,779 \cdot 10^7$  E.M.E.

Nr. 47:  $z = 0,7800$  cm;  $(e/m)_0 = 1\,765 \cdot 10^7$  E.M.E.

Nr. 55:  $z = 0,4825$  cm;  $(e/m)_0 = 1,766 \cdot 10^7$  E.M.E.

Dieses günstige Resultat ermutigte mich dazu, noch eine Platte, die einer Geschwindigkeit von ungefähr  $\beta = 0,85$  entsprach, und die mit dem Neumannschen Photometer überhaupt nicht gemessen werden konnte, mit dem Hartmannschen Mikrophotometer messen zu lassen. Folgendes ist das Ergebnis: Nr. 50:  $z = 0,600$  cm;  $(e/m)_0 = 1,771 \cdot 10^7$  E.M.E.

Auch diese Platte gibt also ein mit der Lorentz-Einsteinschen Theorie vollkommen übereinstimmendes Resultat. Freilich

1) G. Neumann, Physik. Zeitschr. 14. p. 241. 1913.

ist dieser letztere Wert mit einer erheblich größeren Unsicherheit behaftet als die drei übrigen, und ich führe diese Platte auch nur an, um zu zeigen, daß jedenfalls kein Grund vorliegt, eine Abweichung von der Lorentz-Einsteinschen Theorie auch bei diesen hohen Geschwindigkeiten zu vermuten.

Den von Neumann angegebenen Mittelwert  $(e/m)_0 = 1.765 \cdot 10^7$ , bei dessen Bildung die drei Platten der Geschwindigkeit 0,8 ausgeschlossen wurden, jetzt unter Hinzunahme derselben zu verändern, scheint mir nicht angebracht, da die kleineren Geschwindigkeiten entsprechenden Messungen doch wesentlich genauer sind; übrigens würde die Änderung nur unwesentlich sein.  $(\frac{e}{m})_{\text{Korr.}}$

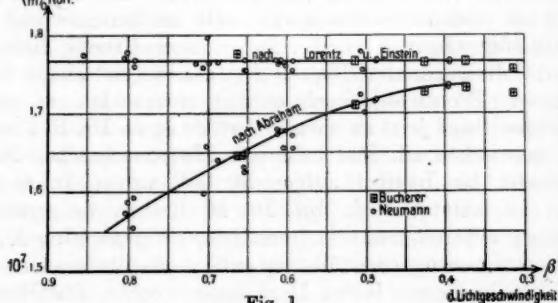


Fig. 1.

In der vorstehenden Fig. 1 gebe ich noch einmal sämtliche Messungen des Hrn. Neumann an, wobei die Nummern 37, 47, 55 nach dem Obigen korrigiert sind und Nr. 50 als neu hinzugefügt ist. Ferner sind durch Kreuze (⊞) die von Hrn. Bucherer<sup>1)</sup> gemessenen Werte in die Zeichnung eingetragen, woraus man die völlige Übereinstimmung seiner Messungen mit den unsrigen erkennt. Gleichzeitig erhellt, daß die gegen die Buchererschen Messungen früher erhobenen Einwände *tatsächlich* der Begründung entbehrt haben.

Ich glaube demnach behaupten zu dürfen, daß durch Bucherers und unsere Messungen die Richtigkeit der Lorentz-Einsteinschen Theorie im Intervalle von  $\beta = 0,3$  bis  $\beta = 0,85$  bewiesen ist.

Breslau, Physik. Institut d. Univ., im April 1915.

1) A. H. Bucherer, Ann. d. Phys. 28. p. 513. 1909.

(Eingegangen 20. März 1916.)

#### 4. Potentialmessungen im elektrischen Nickellichtbogen; von Wilhelm Frey.

(Hierzu Tafel X.)

##### 1. Einleitung.

Im Jahre 1904 veröffentlichte Arons<sup>1)</sup> eine Arbeit über den Metalllichtbogen in Stickstoff und Sauerstoff. In derselben erwähnt er die große Schwierigkeit, die Funktionalbeziehung zwischen Bogenspannung und Stromstärke festzustellen, mit anderen Worten, (Volt-Ampère =  $V, i$ )-Kurven des Bogens aufzunehmen, infolge der Inkonzanz des Bogens. Gestützt auf einige Versuche am Silberbogen im Stickstoff, den er nie dauernd erhalten konnte, stellt sich Arons auf den Standpunkt, daß ein Bogen ohne chemische Reaktion überhaupt unmöglich sei. Dieser Standpunkt scheint nun allerdings keine Berechtigung mehr zu haben, nachdem uns der Quecksilberbogen im Vakuum, den Arons selbst entdeckte, eine Bogenentladung zeigt, bei der eine chemische Reaktion sowieso ausgeschlossen ist, da der Bogen im Vakuum durch den Quecksilberdampf selber gebildet wird.

Die Inkonzanz des Bogens bei Arons ist eher auf die zu geringe Klemmenspannung der Stromquelle zurückzuführen, die er zu seinen Untersuchungen am Bogen anwandte. Von dieser und der mit ihr in funktioneller Beziehung stehenden Minimalstromstärke hängt nach der Theorie von Kaufmann<sup>2)</sup> und Stark<sup>3)</sup> die Stabilität des Bogens wesentlich ab. Von geringerem, immerhin noch ganz beträchtlichem Einfluß auf die Stabilität des Bogens ist die Wärmeleitfähigkeit der Elektroden und des den Bogen einschließenden Gases; denn je geringer dieselbe ist, um so ruhiger brennt auch der Bogen. Diese Behauptungen werden gestützt durch die Resultate der

1) L. Arons, Ann. d. Phys. 1. p. 700. 1914.

2) W. Kaufmann, Ann. d. Phys. 2. p. 158. 1900.

3) J. Stark, Ann. d. Phys. 12. p. 673. 1903.

neulich erschienenen Untersuchungen von Grotrian<sup>1)</sup>, der selbst in einer Wasserstoffatmosphäre (V, 2)-Kurven eines 5 cm langen Bogens aufnehmen konnte. Er benutzte dazu allerdings eine Stromquelle von einigen tausend Volt, während Arons<sup>2)</sup> nur eine solche von 110 Volt zur Verfügung stand.

Aus den vielen Untersuchungen über den Metalllichtbogen geht deutlich der große Einfluß hervor, den die den Bogen einschließende Gasatmosphäre auf die Form des Bogens und seine elektrischen Eigenschaften ausübt. Einen besonders großen Einfluß schrieb man von jeher dem Sauerstoff zu. So vertreten einige Forscher, darunter Frau H. Ayrton<sup>3)</sup> und Lehmann<sup>4)</sup>, den Standpunkt, daß das Zustandekommen des Zischbogens in einem Oxydationsvorgang seine Ursache habe.

Diese Annahme findet ihre Bestätigung in der Arbeit von Hagenbach und Veillon<sup>5)</sup>, in welcher der Metallbogen für Eisen und Kupfer in verschiedenen Gasen optisch und elektrisch untersucht wurde. Dabei stellte sich heraus, daß das Zustandekommen der Zischformen seine Ursache lediglich in der Oxydation der Kathode findet. E. Banderet<sup>6)</sup> hat in seiner Dissertation die Messungen der beiden obigen Forscher ergänzend fortgesetzt, indem er die Messung von Anoden- und Kathodenfall für die verschiedenen Formen des Eisen- und Kupferbogens zum Gegenstand seiner Untersuchung wählte. Auf Anregung von Hrn. Prof. Hagenbach<sup>7)</sup> habe ich es unternommen, den Bogen unter möglicher Vermeidung von Oxydationsvorgängen zu untersuchen. Dies kann auf zwei Wegen geschehen: entweder durch Anwendung eines sehr wenig oxydierbaren Metalles oder durch Einschluß des Bogens in ein sauerstoffreies Gas. Ich beschritt beide Wege und wählte seiner scheinbar geringen Oxydierbarkeit wegen das Nickel, während ich den Bogen unter den ver-

1) W. Grotrian, Ann. d. Phys. 47. p. 141. 1915.

2) L. Arons, l. c.

3) Hertha Ayrton, The electric arc. London 1902.

4) O. Lehmann, Ann. d. Phys. 55. p. 361. 1895.

5) A. Hagenbach u. H. Veillon, Physik. Zeitschr. 11. p. 833. 1910.

6) E. Banderet, Diss. Basel 1912.

7) A. Hagenbach u. W. Frey, Archives des sciences phys. et nat. 38. p. 229. 1914.

chiedensten Bedingungen in einer Stickstoffatmosphäre brennen ließ. Für diese Untersuchungen stellte ich mir folgendes Programm auf. Es sollen untersucht bzw. gemessen werden:

1. Die Bogenspannung, Anoden- und Kathodenfall, das Gefälle im Bogen, alle als Funktion des Gasdruckes.
2. Die Bogenspannung, Anoden- und Kathodenfall, das Gefälle im Bogen, alle als Funktion der Bogenlänge.
3. Die Bogenspannung, Anoden- und Kathodenfall, das Gefälle im Bogen, alle als Funktion der Stromstärke.
4. Die Bogenspannung, Anoden- und Kathodenfall, das Gefälle im Bogen, alle als Funktion der Zeit (Temperatur).
5. Der Übergang von einer Form in die andere auf der Widerstandslinie.

Leider war es mir nicht vergönnt, das Programm so erschöpfend durchzuarbeiten, wie ich es mir vorgenommen hatte. Entweder konnte die gewünschte Bogenform, wenn sie für eine Messung erscheinen sollte, überhaupt nicht erhalten werden, oder wenn sie dann einmal erschien, so war die Zeit ihres Bestehens nur so kurz, oder die Bogenform selbst so schlecht ausgebildet, daß an eine Messung nicht zu denken war. Näher soll auf die experimentellen Schwierigkeiten in den entsprechenden Kapiteln eingegangen werden. Immerhin habe ich mich bemüht, so viele diskutable Messungen durchzuführen, daß deren eingehende Behandlung an dieser Stelle dennoch gerechtfertigt erscheint.

## 2. Beschreibung der Bogenformen. Photographische Aufnahmen derselben.

Obschon die oben erwähnten Arbeiten von Hagenbach und Veillon<sup>1)</sup>, Hagenbach<sup>2)</sup> und Banderet<sup>3)</sup> eine genaue Beschreibung der Formen des Kupfer- und Eisenbogens mit Zeichnungen enthalten, finde ich es dennoch angezeigt, auch die Bogenformen des Nickels einer rein äußerlichen Untersuchung zu unterziehen. Da ich wegen der relativ starken Oxydation des Nickels die Großzahl meiner Messungen in Stickstoff ausführte, so beziehen sich auch die folgenden Be-

1) A. Hagenbach u. H. Veillon, l. c.

2) A. Hagenbach, Phys. Zeitschr. 10. p. 649. 1909.

3) E. Banderet, l. c.

schreibungen auf den Bogen in diesem Gas. Es sei jedoch darauf hingewiesen, daß ich zwischen den Formen in Luft und denjenigen in Stickstoff äußerlich keinen Unterschied wahrnehmen konnte.

Mit Ausnahme desjenigen Falles, wo der Bogen in Luft bei Atmosphärendruck brannte, erhielt ich fast ausnahmslos nur die Formen 1, 2 und 3 nach der Bezeichnung von Hagenbach und Veillon<sup>1)</sup>, wie verschieden ich auch die Versuchsbedingungen wählte. Die Zischformen waren sehr selten und nur an einem raschen Aufblitzen erkenntlich. In Luft bei Atmosphärendruck trat zwar Form 3a, vielleicht 3b, auf. Der Bogen glich dabei eher einer großen, in der grünen Farbe des Nickeldampfes leuchtenden Flamme, in deren Aureole die Verbindung von Nickel und Sauerstoff vor sich ging. Die Bildung des Oxyds war so reichlich, daß ganze Wolken davon aufstiegen und sich auf dem Innern der Kesselwand als ziemlich dicke Schicht niederschlugen. Dabei brannte der Bogen so unruhig flackernd, daß an eine Messung nicht gedacht werden konnte. Bei näherem Zusehen stellte sich heraus, daß neben der voluminösen Verbindung, die sich an der Kathode und der Kesselwand niederschlug, noch eine zweite existierte, die sich als schwarzes festes Pulver an der Anode festsetzte.

Hr. Prof. Fichter hatte die Freundlichkeit, eine Analyse der beiden Verbindungen vorzunehmen. Diese ergab folgendes Resultat: 1. Der verhältnismäßig geringe, aber dichtere Niederschlag in Form eines schwarzen Pulvers auf der Anode ist  $\text{Ni}_2\text{O}_3$ . 2. Der in großer Menge gebildete, voluminöse, hellgrüne Niederschlag an der Kathode und der Kesselwand ist  $\text{NiO}$ .

Waren die Elektroden hochpoliert und noch ganz rein, so konnte bei jedem Druck und auch bei Anlegung von 440 Volt nicht gleich ein Bogen erhalten werden. Bei der Kontaktzündung, die übrigens bei allen Messungen angewandt wurde, erschien jeweils nur ein starker Funke, der auch bei großer Kontaktstromstärke gleich wieder erlosch. Erst nachdem das „Zünden“ oft wiederholt worden war und sich auf den Elektrodenoberflächen ein kleiner Oxydfleck oder sonst eine kleine Unreinigkeit gebildet hatte, setzte endlich der Bogen ein und zwar bei einem Druck von 30 mm für kurze Zeit in der Form 1.

1) A. Hagenbach u. H. Veillon, l. c.



Dabei bedeckte sich die Anode mit dem bekannten, in der Farbe des Stickstoffes leuchtenden Glimmlichte, das nach unten scharf abschnitt. Bis zu einer Bogenlänge von 5 mm setzte der Bogen an der Kathode nicht in einer Spitze an, wie bei größeren Bogenlängen und reinen Elektroden, sondern der negative Bogenansatz, der in der grünen Farbe des Metaldampfes leuchtete, überdeckte eine bis 5 mm breite Fläche der Kathode.

Bei den Formen 1 und 2 beobachtete ich häufig eine Spaltung des Kathodenansatzes in zwei Äste, wobei der Zwischenraum der beiden geteilten Ansätze bis 6 mm betragen konnte. Der positive Ansatz blieb dabei unverändert. Diese Erscheinung ist nicht zu verwechseln mit derjenigen, wo der einfache Ansatz sehr oft seine Spur auf der Elektrodenoberfläche wechselte, so daß der Bogen auf der Elektrode zu tanzen schien. Diese letztere Erscheinung wurde auch schon von Hagenbach und Veillon<sup>1)</sup>, Grotrian<sup>2)</sup> und anderen beobachtet.

Brannte Form 1 etwas längere Zeit und bei einer Stromstärke von 8 Amp., so traten folgende Veränderungen ein: Auf beiden Elektroden hatten sich dünne Oxydhäutchen gebildet. Vom Kathodenansatz ging ein Sprühregen feiner, glühender Partikelchen aus. Dieser war so intensiv, daß sich die glühenden Partikelchen scheinbar geradlinig bis an die Kesselwand bewegten und dort aufprallten. In dieser Erscheinung suchte ich auch die Erklärung dafür, daß der Bogen bei der Form 1 an die Kesselwand übersprang und ich durch die unten erwähnte Asbestfütterung abhelfen mußte.

Besonders merkwürdig war die Ansatzveränderung an der Anode. Der gleichmäßig über die Oberfläche verteilte Glimmansatz verwandelte sich in einen solchen, bei dem einzelne Punkte besonders hell leuchteten. Es waren das offenbar Punkte, wo ein kleines Oxydkörnchen lag, das eine lokale Vergrößerung der Stromdichte veranlaßte. Die ausgezeichneten Punkte lagen aber nicht regellos über der Oberfläche zerstreut, sondern nach einer bestimmten Ordnung gereiht, wenigstens am Rand, wo die Punkte, wohl infolge erhöhter Flächen-dichte, am zahlreichsten auftraten, und zwar so, daß die

1) A. Hagenbach u. H. Veillon, l. c.

2) W. Grotrian, l. c.

Zwischenräume überall gleich groß waren und der Rand deshalb in der Projektion abschattiert erschien. Nicht selten kam es vor, daß dieser Kranz von Punkten um den Winkel zweier Punkte rotierte, abwechselnd im einen und entgegengesetzten Sinne. Diese Erscheinung wurde von mir nicht näher verfolgt, jedoch schon früher von anderen Autoren, so von Hagenbach und Veillon<sup>1)</sup>, Fabry und Buisson<sup>2)</sup> und auch von Cady<sup>3)</sup> beobachtet und von letzterem näher studiert<sup>4)</sup>.

Der günstigste Gasdruck für das Zustandekommen der Form 2 lag zwischen 100 und 300 mm. Die Form 2 unterschied sich äußerlich von Form 1 dadurch, daß sie einen zusammengeschwürten Anodenansatz besaß. Auch war die Farbe desselben nicht bläulich wie bei Form 1, sondern dunkelpfirichblütenrot. Von einem eigentlich genau definierbaren Anodenansatz der Form 2 konnte ich nie sprechen; vielmehr hing die Form desselben vom Gasdruck ab, bei dem der Bogen brannte; je höher der Druck, um so spitzer der Ansatz, je niedriger der Druck, um so breiter wurde auch der Ansatz, so daß er oft eine Fläche von mehreren Quadratmillimetern bedeckte (Fig. 2 und 3 der Tafel).

Oxydation der Elektroden, Steigerung des Gasdruckes über 300 mm und der Stromstärke begünstigten das Zustandekommen der Form 3. Bei ihr leuchtete der ganze Bogen, einschließlich dem Anodenansatz, in der grünen Farbe des Metaldampfes. Über die Form des Ansatzes gilt das für die Form 2 Gesagte. Immerhin bedeckte auch hier wie dort der Kathodenansatz eine viel größere Fläche der Elektrode als der positive Ansatz (Fig. 4 der Tafel).

Bei noch blanken, kalten Elektroden kam es häufig vor, daß bei einer angelegten Spannung von 440 Volt und niedrigem Gasdruck (15 mm) reine Glimmentladung einsetzte, wenn die Elektroden einander bis auf ca. 1 mm genähert wurden. Hatte es dann einmal eingesetzt, so konnte man die Elektroden auf eine Entfernung von über 1 cm auseinanderziehen,

1) A. Hagenbach u. H. Veillon, l. c.

2) Ch. Fabry u. H. Buisson, *Journal de Phys.* 4. (9). p. 929. 1910.

3) W. G. Cady, *Physik. Zeitschr.* 14. p. 296. 1913; 8. p. 890. 1907; *Phys. Rev. N. S.* 2. p. 249. 1913.

4) W. G. Cady, *Phys. Rev. N. S.* 2. p. 249. 1913.

wobei die Vergrößerung des Elektrodenabstandes das gleichzeitige Wachsen der positiven Säule gut erkennen ließ. Ohne wahrnehmbaren äußeren Grund wechselte dieses Glimmlicht plötzlich mit Form 1, um ebenso unmotiviert wieder zu erscheinen. Dieses Hin- und Herpendeln zwischen den beiden Entladungsformen wiederholte sich sehr oft und veranlaßte mich dazu, diesen Übergang auch durch Messung der elektrischen Verhältnisse näher zu studieren (vgl. Kap. 6: Stabilität des Bogens).

Um die Elektroden von gebildetem Oxyd zu befreien, machte ich einmal den Versuch, den Bogen in einer Leuchtgasatmosphäre brennen zu lassen und so das Oxyd zu reduzieren. Das Experiment glückte allerdings nur insofern, als das Oxyd verschwand, dafür aber aus dem Leuchtgas dicke Schichten Ruß sich auf die Elektroden setzten. Dabei mußte der Druck unter 100 mm gehalten werden, um den Bogen zünden zu können. Bei diesem Reduktionsprozeß zeigte sich nun folgendes interessante Phänomen. Der Bogen brannte am ausgeschiedenen Ruß in einer mir für Metalle unbekannten Form, die ich in einigen photographischen Aufnahmen festhielt, von denen eine in Fig. 6 der Tafel wiedergegeben ist.

Diese Bogenform, die sowohl für Kohle als auch für Metalle von Hoerbürger<sup>1)</sup>, Pollack<sup>2)</sup>, Simon und Malcolm<sup>3)</sup> und von Stark, Retschinsky und Schaposchnikoff<sup>4)</sup> studiert wurde, war geschichtet. Die Schichtung fing bei einem Druck von 50 mm abwärts sich zu bilden an, anfänglich in vielen ganz dünnen, unscharfen Schichten, die mit abnehmendem Druck an Zahl ab, an Schichtabstand zunahmen und mit ausgezeichneter Schärfe oft mehrere Sekunden andauerten, so daß es mir möglich war, auch einige elektrische Daten festzuhalten. Die Schichten zeigten die Farbe des negativen Glimmlichtes. Das Zustandekommen der Schichten ist jedenfalls der Anwesenheit des Wasserstoffs und der organischen Verbindungen des Leuchtgases zuzuschreiben. Das Wachsen des Schichtabstandes mit abnehmendem Druck

1) A. Hoerbürger, Diss. Greifswald 1905.

2) J. Pollack, Ann. d. Phys. **19**, p. 217. 1906.

3) H. Th. Simon u. H.W. Malcolm, Phys. Zeitschr. **8**, p. 471. 1907.

4) J. Stark, T. Retschinsky u. A. Schaposchnikoff, Ann. d. Phys. **18**, p. 213. 1905.

findet seine Erklärung in der Zunahme der freien Weglänge der Gasmolekel.

Diese interessante Entladungsform berechtigt zu der Frage, ob wir darin Glimmlicht oder Bogen vor uns haben. Antwort hierauf erteilen die elektrischen Daten, die ich aufnehmen konnte. Obschon die Stromstärke von 2,1 Amp. für eine Glimmentladung etwas hoch erscheint, wäre immerhin ein solch starker Glimmstrom denkbar. Gegen einen solchen spricht allerdings die relativ geringe Spannung von 210 Volt zwischen den Elektroden. Bekanntlich liegt doch der Kathodenfall für das Glimmlicht über 300 Volt, so daß wir diese Entladung als geschichteten Bogen betrachten müssen.

Den Anlaß, photographische Aufnahmen des Bogens herzustellen, gab der Umstand, daß der Bogen, wie schon oben erwähnt, viele Ansätze zu bilden schien, die auf der Elektrode herumtanzten (Hagenbach und Veillon<sup>1</sup>). Ich überlegte folgendermaßen: Wird der Bogen mit einem schnell arbeitenden Verschuß aufgenommen (ich benutzte einen Schlitzverschuß mit einer Minimaexpositionszeit von 1:1000 Sek.), so ist es möglich, einen solch kleinen Zeitabschnitt herauszugreifen, daß während desselben der Bogen keine Gelegenheit hat, „große Sprünge“ zu machen, und so, wenigstens annähernd, die momentane Bogenform auf die Platte kommt.

Außerdem sollen diese photographischen Aufnahmen dazu dienen, eine kleine Vorstellung davon zu geben, wie die einzelnen Bogenformen rein äußerlich voneinander verschieden sind. Die Aufnahmen gewinnen an Wert, wenn sie an Hand obiger Beschreibungen studiert werden, wobei zu beachten ist, daß bei allen Aufnahmen die Anode unten ist. Ich hatte den Bogen auch mit Autochromplatten der Firma Lumière aufgenommen; jedoch ist das Resultat wegen der immer noch geringen Allgemeinempfindlichkeit zu unvollkommen, um an dieser Stelle veröffentlicht zu werden. Zur Aufnahme gelangten das Glimmlicht, die Formen 1, 2, 3 und der geschichtete Bogen an rußbedeckten Elektroden. Den Aufnahmen sind zur Orientierung beigelegt: die Bogenform, die Bogenlänge  $l$ , die Stromstärke  $i$ , die Spannung  $e$  zwischen den Elektroden, Gasfüllung und Druck, die relative Öffnung des Objektivs, die Expositionszeit und die Plattensorte.

1) A. Hagenbach u. H. Veillon, l. c.

Bei Form 1 (Fig. 1 der Tafel) beobachtet man auf der Anode deutlich die vielen Punkte größerer Stromdichte, die allerdings in diesem Fall unregelmäßig zerstreut liegen, da schon eine starke Oxydhaut die Elektrodenoberfläche bedeckte. An der Kathode ist der breite Bogenansatz unverkennbar. Form 2 habe ich absichtlich in zwei Aufnahmen wiedergegeben, um einmal zu zeigen, daß neben dem eigentlichen Bogenansatz noch viele kleine Punkte der Anodenoberfläche mitleuchten, offenbar also an der Stromleitung beteiligt sein müssen. Andererseits ergibt ein Vergleich der beiden Aufnahmen, daß der Anodenansatz verschieden ist, und zwar bei der einen gewissermaßen als Kugel auf der Elektrode sitzend, bei der anderen im Gegenteil sich nach unten verbreiternd. Das Bild der Form 3 läßt deutlich den spitzen Anodenansatz erkennen, während der Kathodenansatz eine größere Fläche bedeckt. Diese letztere Erscheinung des breiten Kathodenansatzes haben übrigens alle Formen gemeinsam.

### 3. Apparate und Methode.

Da meine Arbeit, wie ich schon in der Einleitung erwähnte, im großen und ganzen eine Fortsetzung der Dissertation von Banderet<sup>1)</sup> bedeutet, so habe ich auch in der Hauptsache dessen Apparate und Methode übernommen. Wie dort, brannte auch hier der Bogen in einem gußeisernen Kreuzrohr, durch dessen Arme die Elektroden und die Sonde eingeführt wurden. Eine der Elektroden, und zwar die obere, konnte mittels einer Stopfbüchse luftdicht auf und ab bewegt werden, um die Bogenlänge in einem Bereich von ca. 5 cm zu variieren. Die Natur meiner Messungen hat hingegen folgende Änderungen notwendig gemacht. Bekanntlich ist die Bogenspannung von der Elektrodentemperatur wesentlich abhängig. Nach Simon<sup>2)</sup> gilt die Gleichung:

$$TF = \frac{ei}{W},$$

wo  $T$  die Temperatur des Bogenansatzes,  $F$  die Kraterfläche und  $W$  die durch die Einheit von  $TF$  pro Zeiteinheit weggeleitete Wärme bedeuten. Um den Faktor  $T$  möglichst konstant zu erhalten, wurde eine der Elektroden, und zwar die

1) E. Banderet, l. c.

2) H. Th. Simon, Physik. Zeitschr. 6. p. 297. 1905.

untere, stets von innen durch fließendes Wasser gekühlt. Zu diesem Zweck habe ich die untere Verschlussplatte des Kessels zu einem gußeisernen Schemel ausgebildet, der durch eine vertikale, zentrale Bohrung die gekühlte, durch Leder gegen außen abgedichtete Elektrode festgeschraubt enthielt. Die Öffnungen Gasleitungen und Hähne zur Evakuierung und Gasfüllung des Kessels waren ähnlich angeordnet.

Um öftere Brüche zu vermeiden, ersetzte ich die gläserne Sondeneinführung durch einen geschliffenen Konus aus Bessemerstahl, der sich sehr gut bewährte. Die Elektroden bestanden aus käuflichem Stangennickel. Die Kathode hatte für meine definitiven Messungen die in Fig. 1b angegebene

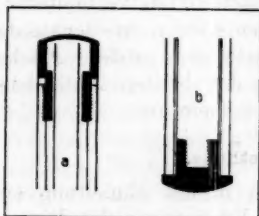


Fig. 1.

elektrode angeschraubt war aus Messing. Aus folgenden Gründen ersetzte ich dieselbe aber durch eine solche aus Eisen. Trotz aller Bemühungen war es mir nicht möglich, die Form 1 bei gekühlter Anode dauernd zu erhalten. An der durch Wasser gekühlten Anode schied der Bogen Kohle aus, wahrscheinlich aus den im Kessel vorhandenen Fettdämpfen. Dadurch wurde der positive Bogenansatz sehr unruhig und undefinierbar indem sozusagen alle drei Formen 1, 2 und 3 nebeneinander brannten und somit eine Messung ausschlossen. Ich versuchte es daher mit der umgekehrten Anordnung, daß also die Kathode gekühlt und die Anode obere Elektrode wurde. Der Erfolg blieb auch nicht aus; denn auf diese Weise erhielt ich Form 1 in wunderbarer Konstanz, so daß Messungen relativ leicht durchgeführt werden konnten; ich sage „relativ“ aus folgendem Grunde.

Es spielt eben hier, wie bei allen meinen Messungen die Temperatur eine das Potential beeinflussende Rolle. Da ja bei der Form 1 der Anodenfall wesentlich höher ist als der

Form. Sie wurde nämlich in der angedeuteten Weise abgedreht und mit einem Vitreosilrohr der Ton- und Steinzeugwerke Charlottenburg überstülpt, um das lästige Klettern des Bogens wie es auch von vielen anderen Forschern beobachtet wurde zu vermeiden.

Ursprünglich bestand die Stange, an der die eigentliche Nickel-

Kathodenfall und somit der größte Teil der im Bogen verbrauchten Energie an der Anode in Wärme umgewandelt wird, erhöht sich die Temperatur der letzteren so rasch, daß besonders bei hoher Stromstärke (7 Amp.), aber auch schon bei mittlerer (5 Amp.), die Nickelelektrode in lebhaftes Gelbglut gerät und die Messung unterbrochen werden muß, da der Messingstab zu schmelzen anfängt. Der Ersatz des Messingstabes durch einen solchen aus Eisen mag vielleicht un-

vorsichtig erscheinen wegen der Beeinflussung der Messungsergebnisse infolge der verschiedenen Wärmeleitfähigkeiten von Eisen und Messing. Dieser Einwand fällt jedoch dahin, wenn man bedenkt, daß durch diese Neuordnung die Form 1 untersucht werden konnte, während sie sich mit dem Messingstab und der gekühlten Anode der Messung entzogen hätte. Der untere Durchmesser der ungekühlten Elektrode betrug 16—20 mm. Die Anode, die, mit wenigen Ausnahmen für

die Form 1, gekühlt war, bestand aus einem Eisenrohr, das an seinem oberen Ende einen hohlgedrehten Nickelklotz festgeschraubt enthielt (Fig. 1a). Beide Elektroden wurden sehr oft blank gedreht und auf der Maschine hochpoliert.

Der Meßbereich, 75 Volt, des von mir benutzten Voltmeters der Land- und Seekabelwerke (Widerstand 3540 Ohm) war für viele meiner Messungen, z. B. bei großen Bogenlängen, zu eng und wurde deshalb in solchen Fällen durch einen passend gewählten Vorschaltwiderstand auf das Doppelte erhöht. Die Schaltung geht aus Fig. 2 hervor. Bekanntlich

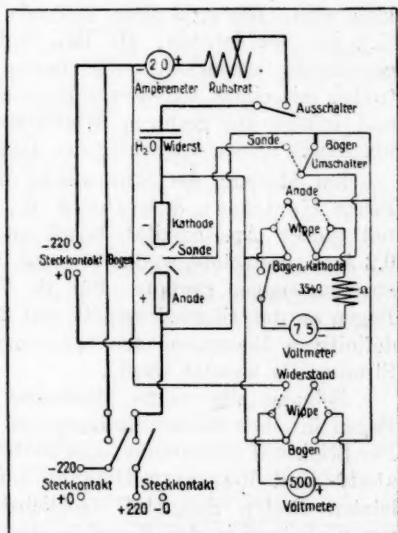


Fig. 2.



werden die Spannungsverhältnisse im Bogen durch Einschaltung eines Nebenschlusses, bestehend aus Sonde und Voltmeter, gestört, und zwar um so mehr, je geringer der Widerstand dieses Nebenschlusses ist. Will man daher mit dieser Methode Resultate erzielen, die den absoluten Werten, gemessen mit einem Elektrometer, nahe kommen, so muß man ein Voltmeter von sehr hohem Ohmschen Widerstand verwenden, damit der störende Nebenstrom durch die Sonde verschwindend klein wird. Wie groß dieser störende Einfluß sein kann, zeigte sich am deutlichsten, als Hr. Prof. Hagenbach und ich gemeinsam versuchten, die beiden Gefälle an den Elektroden mit einem selbstregistrierenden Instrument zu messen, und infolge des geringen Widerstandes von nur 1028 Ohm überhaupt keinen Ausschlag des Instrumentes erhielten.

Zur Messung der Stromstärke diente ein Instrument der Firma Hartmann & Braun A.-G., Frankfurt, das den Vorteil großer Aperiodizität besaß und direkte Ablesung von 0,2 Amp. gestattete, so daß es sogar für meine wenigen Glimmstrommessungen genügte. Für die Vorversuche legte ich den Bogen an das Gleichstromnetz von 220 Volt, während für die definitiven Messungen eine Spannung von 440 Volt derselben Stromquelle benutzt wurde.

Beinahe alle meine Messungen beziehen sich auf den Bogen in einer Stickstoffatmosphäre von 15—760 mm Druck. Der Stickstoff entstammte einer Stahlflasche der Firma Sauerstoff- und Wasserstoffwerke Luzern. Um ihn von den letzten Resten Sauerstoff möglichst zu befreien, wurde er vor Einleitung in den Kessel in einem Verbrennungssofen über Kupferspiralen geleitet und gelangte erst nach Passieren einer Chlorcalciumröhre in den Kessel.

Oft kam es vor, daß der Bogen, statt zwischen den beiden Elektroden zu brennen, von der Kathode an die Kesselwand übersprang und so die Messung verunmöglichte. Diesem Übelstand begegnete ich dadurch, daß ich die Kathode mit der beschriebenen Quarzröhre überstülpte, das Innere des Kessels mit einem Zylinder aus Asbestpappe ausfütterte und in diesen die Öffnungen für die Projektion des Bogens und die Sondeneinführung einschnitt.

Die Versuchsbedingungen so zu regulieren, daß alle drei Formen abwechselnd nebeneinander auftraten, gelang mir nie;

immer herrschte eine Form vor, so daß diese für sich allein gemessen werden konnte. Lange Zeit hatte ich einen Bogen, in dem drei Formen nebeneinander zu existieren schienen. Tatsächlich war es nur ein sehr rascher Wechsel zwischen denselben, was man an der Unruhe des Voltmeters erkennen konnte, das sich überhaupt nie einstellte. Auch ein Telephon, in Serie mit einer Kapazität an den Bogen gelegt, gab durch ein lebhaftes Knistern diesen raschen Formenwechsel zu erkennen.

Für die Aufnahme von Charakteristiken wurde zunächst der Gasdruck so reguliert, daß eine gewünschte Bogenform sich gut ausbildete und Gewähr für eine längere Brenndauer bot. Während der darauffolgenden Messung blieb der Gasdruck konstant. Nun wurde für eine beliebige Bogenlänge, z. B. 2,0 cm, die Stromstärke durch einen Vorschaltwiderstand in Intervallen von 0,25—1,0 Amp. variiert und für alle das zugehörige  $e$  abgelesen. Dieses Meßverfahren führte ich für alle diejenigen Bogenlängen durch, bei denen die betreffende Bogenform noch gut brannte. Es stellte sich nämlich heraus, daß Verkleinerung der Bogenlänge das Überschlagen einer Form in die nächst höher bezifferte begünstigt, also z. B. von 2 in 3.

Tabelle 1.

Die Bogenspannung beträgt in Volt für die

Strom- stärke in Ampères	Bogenlänge in Zentimetern:					
	2,2	1,8	1,4	1,0	0,6	
2,0	132	117	104	87	66	} $p = 250 \text{ mm N}_2$
2,5	117	107	93	80	60	
3,0	107	99	88	74	56	
3,5	101	93	83	70	54	
4,0	96	88	79	67	53	
4,5	92	84	76	65	52	
5,0	88	81	74	64	51	
5,5	85	79	71	63	49	

Dieses Überschlagen schreibe ich dem gegenseitigen Einfluß der Elektroden zu, der sich in einer Temperaturerhöhung äußert. Je näher sich die Elektroden gegenüberstehen, um so größer ist auch der Einfluß, den sie in Form von Wärmestrahlung aufeinander ausüben. So ist es leicht denkbar, daß die

Anodentemperatur bei Form 2 z. B. durch Annäherung der Kathode auf den Siedepunkt gebracht wird und so die Existenzbedingungen für die Form 3 eingeleitet werden.

In Tabelle 1 sind die Resultate einer solchen Messungsreihe für die Form 2 bei 250 mm Stickstoff enthalten. In der ersten Kolonne steht die Stromstärke in Ampères, in den folgenden fünf Kolonnen die zugehörige Bogenspannung für die am Kopf jeder dieser Kolonne angegebenen Bogenlänge in Zentimetern. Die maximale Stromstärke war 7 Amp.; steigerte ich dieselbe noch mehr, so schmolz die Kathode, und das Kühlwasser der Anode fing an zu siedern. Nach unten war die Stromstärke durch die angelegte Spannung ebenfalls begrenzt (Kaufmann<sup>1)</sup>, Simon<sup>2)</sup>). Bekanntlich hängt die minimale Stromstärke, bei der ein Bogen noch bestehen kann, von Simon<sup>2)</sup> als kritische Stromstärke bezeichnet, von der verfügbaren Spannung und dem vorgeschalteten Widerstand ab, und zwar ist für eine gegebene Spannung die Stromstärke ein Minimum, wenn die Widerstandslinie die Charakteristik tangiert. Man hat es also in der Hand, durch Erhöhung der angelegten Spannung die kritische Stromstärke herunterzusetzen. Ich hatte mir anfänglich vorgenommen, meine Messungen auch in dieser Richtung auszudehnen. Leider war aber meine Apparatur für diesen Zweck zu unvollkommen, so daß ich von meinem Vorhaben absehen mußte.

Ganz ähnlich, wie oben beschrieben, verfuhr ich, um auch den Einfluß des Gasdruckes auf das Bogenpotential zu studieren. Durch Probieren ermittelte ich für die gewünschte Bogenform die günstigste Bogenlänge und variierte nun unter Konstanthalten derselben den Gasdruck im Existenzbereich der betreffenden Bogenform, der unter Umständen wie bei Form 1 sehr eng sein kann und eine Messung nach dieser Seite ausschließt.

Dieses Meßverfahren, für alle möglichen Stromstärken wiederholt, lieferte Reihen von Ablesungen, von denen Tab. 2 ein Beispiel gibt. Für das Studium der Resultate empfiehlt es sich, die Ablesung in Form von Kurven wiederzugeben, wie es in den einzelnen Kapiteln geschehen ist.

1) W. Kaufmann, l. c.

2) H. Th. Simon, l. c.

Tabelle 2.

Die Bogenspannung beträgt in Volt für

Strom- stärke in Amp.	Gasdruck in Millimeter Hg:								
	80	100	120	140	160	180	200	220	240
2,0	68	69	70	70	71	70	71	70	70
2,5	64	65	65	64	65	66	65	66	66
3,0	60,5	61	61	60,5	61	62	62	61	61
3,5	57	58	58,5	58	59	59	59	59	58
4,0	54,5	56	55,5	55,5	56	56,5	56	56,5	56
4,5	53	53	53,5	53	54	54	54	54,5	54
5,0	52	52	52	52	52	52	52,5	52,5	52,5
5,5	51	50,5	51	50	51	51	—	51	51

Von großem Interesse wäre es natürlich gewesen, diese verschiedenen Messungen für alle Bogenformen durchzuführen, wie ich es mir in meinem Programm vorgenommen hatte. Diese angestrebte Vollständigkeit nach jeder Seite konnte aus verschiedenen Gründen nicht erreicht werden. Entweder war die Bogenform nur für einen ganz engen Bereich des Gasdruckes existenzfähig (Form 1), oder sie ließ keine großen Veränderungen der Stromstärke und der Bogenlänge zu, so daß ich mich oft mit der Messung einer einzigen Form begnügen mußte. Am günstigsten erwies sich fast durchweg die Form 2, weshalb sie auch in dieser Arbeit vorherrscht. Da es sich hier mehr um den Einfluß verschiedener Versuchsbedingungen auf die allgemeinen Eigenschaften aller Formen als um den Unterschied der Formen unter sich handelt (Banderet<sup>1)</sup>), so ist diese teilweise Unvollständigkeit zu verschmerzen.

Über die Sondenmessungen ist folgendes zu sagen: Ich stellte zunächst ohne Sonde den Einfluß der verschiedenen Versuchsbedingungen auf die ganze Bogenspannung fest und zog aus den erhaltenen Resultaten an Hand der Kurven vorhersagende Schlüsse auf die Potentialgefälle an den Elektroden. Um diese Vorhersage experimentell zu prüfen, führte ich unter denselben Bedingungen auch die Sondenmessungen durch, deren Durchführung kurz geschildert werden möge. Wie aus der schematischen Schaltungsskizze der Fig. 2 hervorgeht, konnte die Sonde über ein Voltmeter mittels einer Wippe entweder mit der Anode oder mit der Kathode verbunden

1) E. Banderet, l. c.

werden. Das Voltmeter mit hohem Ohmschen Widerstand zeigte dann direkt die Potentialdifferenz zwischen irgendeinem Punkt des Bogens und derjenigen Elektrode an, die gerade mit der Sonde in leitender Verbindung stand. Die Messung dieser Potentialdifferenz, für möglichst viele Punkte des Bogens durchgeführt, ergab Kurven, wie sie in den Figg. 8 und 9 enthalten sind. Dabei denke man sich im Nullpunkt des Koordinatensystems jeweils die entsprechende Elektrode. Auf der Abszissenachse sind die Abstände der Sonde von den Elektroden in Millimetern angegeben und die zugehörigen Potentialdifferenzen als Ordinaten eingezeichnet. Durch Verbindung der so erhaltenen Punkte entstehen dann Kurven, die den Potentialverlauf im Bogen darstellen.

#### 4. Untersuchungen über die ganze Bogenspannung.

##### A. Einfluß der Stromstärke und der Bogenlänge.

Wie ich schon am Schluß des vorigen Kapitels mitteilte, handelt es sich darum, zuerst den Einfluß der verschiedenen Versuchsbedingungen auf die ganze Bogenspannung festzustellen, um aus dem Verlauf der Kurven Schlüsse auf die Beeinflussung der Gefälle an den Elektroden ziehen zu können.

Oben wurde bereits die Methode der experimentellen Untersuchung erwähnt, und wir wollen nun an Hand der Kurven die Resultate diskutieren.

Tragen wir die Zahlenwerte der Tab. 1 in ein Koordinatensystem ein, und zwar die ganze Bogenspannung als Funktion der Stromstärke, so erhalten wir für jede Bogenlänge eine Kurve, die sogenannte Charakteristik. In Fig. 3 sind Charakteristiken der Form 2 für die Bogenlängen 0,6, 1,0, 1,4, 1,8

und 2,2 cm wiedergegeben; übereinstimmend mit anderen, früheren Messungen von Arons<sup>1)</sup>, Guye und Zebrikoff<sup>2)</sup>,

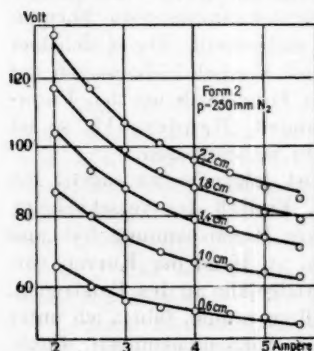


Fig. 3.

1) L. Arons, l. c.

2) G. E. Guye u. L. Zebrikoff, Physik. Zeitschr. 8. p. 703. 1907.

Hagenbach und Veillon<sup>1)</sup>, Stark und Cassuto<sup>2)</sup> und Ayrton<sup>3)</sup> sind diese Kurven konvex gegen beide Achsen. Mit wachsender Bogenlänge rücken sie näher zusammen. Diese Tatsache sagt aus, daß die größte Änderung des Potentials im Bogen selbst und nicht an den Elektroden liegt. Wenn diese Theorie richtig ist, so muß der Abstand zweier Kurven bei gleichbleibender Bogenlänge schließlich konstant werden, was ich allerdings experimentell nicht feststellen konnte, da mir die dazu notwendige hohe Spannung nicht zur Verfügung stand und außerdem der Bogenlänge durch die Apparatur selbst eine Grenze gesetzt war.

Wie schon Hagenbach und Veillon festgestellt haben, zeigen alle Bogenformen denselben Verlauf ihrer Charakteristiken, und zwar hat im allgemeinen für eine bestimmte Bogenlänge Form 1 die höchsten, Form 3 die tiefsten Werte der Spannung, vorausgesetzt, daß auch Form 1 mit gekühlter Anode brannte. Kühlte ich dagegen, um Form 1 gut zu erhalten, die Kathode, so sanken die Spannungswerte der Form 1 selbst unter diejenigen der Form 2. Die beiden obigen Forscher weisen schon darauf hin, daß die Charakteristiken zweier Bogenformen einander schneiden können.

Entgegen den Angaben von Grau und Russ<sup>4)</sup> stellte ich fest, daß der Nickelbogen der Gleichung von Ayrton<sup>5)</sup>

$$e = a + bl + \frac{c + dl}{i}$$

nicht genügt. Damit diese erfüllt ist, müssen sowohl die Leistungs-Stromstärkekurven als auch die Leistungs- Bogenlängekurven Geraden sein, die sich in einem Punkt schneiden. Wie aus Fig. 4 hervorgeht, wird der ersten Bedingung Genüge geleistet; daß die zweite nicht erfüllt wird, zeigt Fig. 6.

Aus Fig. 4 lassen sich nun wichtige Schlüsse ziehen auf die Potentialverteilung im Bogen bei Variation der Bogenlänge. Jede Gerade schneidet die Wattaxe in einem anderen

1) A. Hagenbach u. H. Veillon, l. c.

2) J. Stark u. L. Cassuto, Physik. Zeitschr. 5. p. 264. 1904.

3) Hertha Ayrton, l. c.

4) A. Grau u. F. Russ, Physik. Zeitschr. 9. p. 107. 1908.

5) Hertha Ayrton, l. c.

Punkt, da der Konvergenzpunkt aller Geraden links der Watttaxe liegt. Wir können diese Schnittpunkte als die Energien eines Bogens mit der Stromstärke Null auffassen, bei dem also durch Variation der Bogenlänge nur diese potentialbeeinflussend wirken kann. Demnach braucht dieser Bogen mit der Stromstärke Null für jede Bogenlänge eine besondere Energie und besitzt somit für jede Bogenlänge eine andere Bogenspannung. Diese Überlegung gibt uns aber keinen Auf-

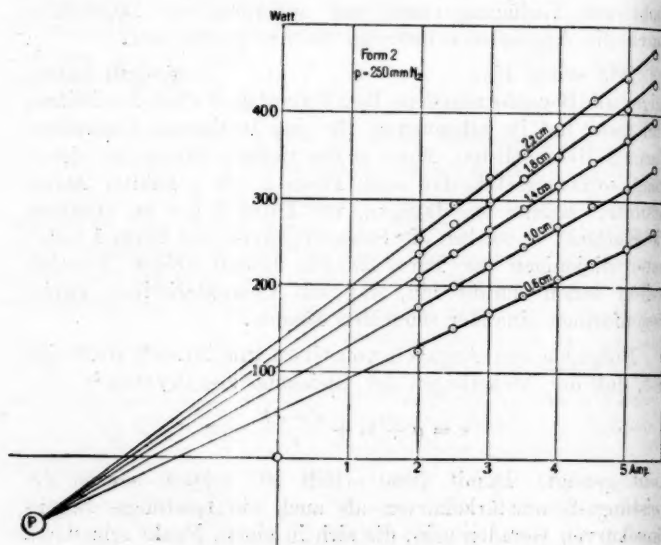


Fig. 4.

schluß darüber, wo diese Änderung der Bogenspannung ihren Sitz hat, ob im Bogen selbst durch Änderung des Gradienten oder in den Gefällen an beiden Elektroden. Eindeutigen Aufschluß über diese Frage liefern die von mir durchgeführten Sondenmessungen.

Ganz analoge Schlüsse lassen sich aus den Kurven ziehen, die man erhält, wenn man die Bogenspannung oder die Leistung als Funktion der Bogenlänge in ein Koordinatensystem zeichnet. Die Figg. 5 und 6 geben die Resultate der Tab. 1 in der



eben beschriebenen Weise wieder. Sie zeigen summarisch den Einfluß der Bogenlänge auf die ganze Bogenspannung. Wie schon oben betont, sind die Kurven nicht gerade, sondern deutlich gekrümmt, und zwar konvex gegen die Volt- bzw. Wattaxe, wie schon Stark, Retschinsky und Schaposchnikoff<sup>1)</sup> und verschiedene andere für den Kupferbogen gefunden haben, während Ayrton<sup>2)</sup> für den Kohlebogen und Guye und Zebrikoff<sup>3)</sup> für verschiedene Metallbogen Gerade fanden. Aus Fig. 4 folgt, daß die Bogenlänge-Leistungskurven äquidistant sind, während die Volt-Bogenlängekurven nach niederen Stromstärken auseinanderweichen; d. h. die Zunahme der im Bogen verbrauchten Energie ist für eine gegebene Bogenlänge eine lineare Funktion der Stromstärke. Dieses Ergebnis steht allerdings im Widerspruch zu den Untersuchungsergebnissen von Grotrian<sup>4)</sup> der für den Eisenbogen Kurven findet von der Form in Fig. 5, also konvex gegen die Wattaxe.

Die Extrapolation nach kleinen Werten der Bogenlänge stößt hier insofern auf Schwierigkeiten, als die Funktionalbeziehung zwischen Bogenlänge einerseits, Bogenspannung bzw. Leistung andererseits, keine lineare ist, und somit der Verlauf der Kurven nach kleineren Bogenlängen nicht mit derselben Sicherheit und Genauigkeit gezeichnet werden kann, wie es bei Fig. 4 der Fall ist. Immerhin läßt sich bei Annahme der unzweifelhaften Richtigkeit von Fig. 4 durch Umrechnung aus dieser eine approximative Extrapolation dennoch durchführen, wie sie in den Figg. 5 und 6 angedeutet wurde.

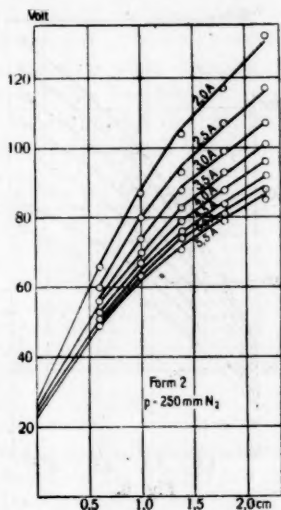


Fig. 5.

1) J. Stark, T. Retschinsky u. A. Schaposchnikoff, l. c.

2) Hertha Ayrton, l. c.

3) G. E. Guye u. L. Zebrikoff, l. c.

4) Walter Grotrian, l. c.

Wenn die Extrapolation auch gewagt erscheint, glaube ich dennoch, wenigstens qualitative Schlüsse daraus ziehen zu dürfen. Die Konvergenz der Kurven der Bogen- spannung gegen die Voltachse sagt aus, daß die Änderung der Spannung mit der Stromstärke viel langsamer ist für kleine Bogen- längen als für große, d. h. sie ist hauptsächlich in der Gas- säule des Bogens selbst zu suchen. Jede Kurve der Figg. 5 und 6 schneidet die Volt- bzw. Wattachse in einem anderen Punkt. Dieser repräsentiert aber nichts anderes als die Bogen- spannung bzw. die im Bogen ver- brauchte Energie für die Bogen- länge Null. In einem solchen Grenzbogen fällt aber die Gas- säule weg, und es bleibt somit nur die Summe  $e = a + k$  der beiden Spannungsgefälle an den Elektro- den. Folglich muß die Summe  $e = a + k$  aus Anoden- und Ka- thodenfall eine Funktion der Stromstärke sein. Durch diese Überlegung ist allerdings noch nicht dargetan, ob beide Gefälle sich funktionell mit der Strom- stärke ändern, oder ob es nur das eine tut, und welches.

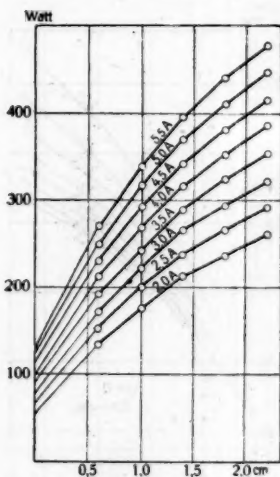


Fig. 6.

Nach dieser Theorie stellt doch der Kathodenfall des Licht- bogens die Energie dar, welche im Minimum von einem Elektronion als Arbeit zur Ionisierung eines neutralen Atoms des Kathodenmetalles aufgewendet werden muß. Er ge- winnt demnach die Bedeutung einer physikalisch-chemischen Konstanten des einzelnen chemischen Atoms. Als Ionisierungs- spannung muß er in weiten Grenzen unabhängig sein von der mittleren Temperatur, dem Dampfdruck und der Stromstärke. Inwieweit diese Forderung erfüllt wird, zeigen die entsprechenden Sondenmessungen.

Wenn wir mit der Theorie von Stark einig gehen, so kann es sich hier nur um eine Änderung des Anodenfalles handeln.

## B. Die Bogen-spannung als Funktion des Gasdruckes.

Hagenbach und Veillon<sup>1)</sup> haben von fast allen Bogenformen Volt-Druckkurven aufgenommen und fanden, daß dieselben bei den Formen 2, 3, 3a ein Minimum bei relativ niederem Druck aufweisen; Form 1 und 1a dagegen zeigen ein Maximum. Arons<sup>2)</sup> gibt an, daß die Spannung mit dem Gasdruck wächst. Dieselbe Funktionalbeziehung finden Hoerbürger<sup>3)</sup> beim Kohlebogen und schließlich auch Monasch<sup>4)</sup> für den Wechselstrombogen.

Ich konnte nur die Formen 2 und 3 untersuchen, da Form 1 nur in einem ganz engen Bereich des Druckes existenzfähig war und sich ohnehin schon beinahe allen Messungen entzog, wie ich oben schon andeutete. Im Vergleich zu den Resultaten von Hagenbach und Veillon<sup>1)</sup> ist der Einfluß des Gasdruckes auf die Spannung des Nickelbogens bedeutend

kleiner als beim Kupferbogen. Die Fig. 7 gibt eine Messungsreihe für die Form 2 wieder. Die Kurven sind gebildet aus den Zahlenwerten der Tab. 2 auf p. 951. Von einem ausgesprochenen Minimum der Kurven ist nichts zu entdecken; hingegen haben beide Formen

gemeinsam, daß mit wachsendem Druck auch die Bogen-spannung zunimmt. Immerhin beträgt diese Zunahme für die Form 3 im günstigsten Fall nur 2 Volt auf eine Druckerhöhung von 500 mm Hg, eine Größenordnung, die auch von Child<sup>5)</sup> angegeben wird. Bei der Form 2 tritt dieselbe Spannungserhöhung schon für eine Erhöhung des Druckes um 160 mm ein. Der Spannungsgradient für eine Druckvariation wäre demnach für Form 2 dreimal so groß wie bei Form 3. Um über einen eventuellen Einfluß des Gasdruckes auf die Gefälle an den beiden Elektroden Aufschluß zu erhalten, untersuchte ich den Bogen auch

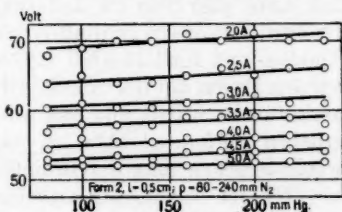


Fig. 7.

1) A. Hagenbach u. H. Veillon, l. c.

2) L. Arons, l. c.

3) A. Hoerbürger, l. c.

4) B. Monasch, Elektrotechn. Zeitschr. 23. p. 957. 1902.

5) C. D. Child, Jahrb. d. Radioakt. u. Elektr. 3. p. 189. 1906.

nach dieser Seite hin mit der Sonde. Dabei stellte sich jedoch heraus, daß eine meßbare Änderung nicht vorhanden war, und somit die wenigen Volt Änderung dem Potentialgradienten der Gassäule zugeschrieben werden müssen.

### 5. Sondermessungen.

#### Anoden- und Kathodenfall als Funktion der Bogenlänge und der Stromstärke.

Die obigen Kapitel haben uns den Einfluß von Stromstärke, Bogenlänge und Gasdruck auf die ganze Bogenspannung gezeigt. Wir haben dort festgestellt, daß eine Änderung, bewirkt durch Bogenlänge und Stromstärke, sowohl in der Gassäule des Bogens als auch an den Elektroden vorhanden ist. Jene Überlegungen gaben uns aber nur Aufschluß über die Änderung der Summe  $e = a + k$  von Anoden- und Kathodenfall, nicht aber über die Änderung jeder einzelnen dieser beiden Größen. Um diesen Einfluß der Stromstärke und Bogenlänge auf Anoden- und Kathodenfall eindeutig festzustellen, untersuchte ich den Bogen mit der Sonde. Obschon die Messungen schwierig auszuführen waren und auf absolute Werte keinen Anspruch erheben dürfen, glaubte ich dennoch in den Figg. 8 und 9 wenigstens den Sinn der Beeinflussung wiedergeben zu können.

Wie ich schon oben auseinandersetzte, stellen die Kurven der Figg. 8 und 9 den Potentialverlauf im Bogen dar. Die Ordinate eines beliebigen Punktes der Abszissenachse (Bogenpunktes) ist die Potentialdifferenz, gemessen in Volt, zwischen diesem Bogenpunkt und der entsprechenden Elektrode, mit welcher der Punkt durch die Sonde über ein Voltmeter verbunden ist (vgl. Fig. 2). Extrapolieren wir die Potentialkurven bis zum Schnitt mit der Ordinatenachse, so gibt uns der Abschnitt auf der Ordinatenachse das Potential eines unendlich nahe an der betreffenden Elektrode gelegenen Punktes an, das wir als Anoden- und Kathodenfall definieren wollen. Die andere Methode zur Bestimmung von Anoden- und Kathodenfall, bei der man diese Potentialdifferenzen durch möglichste Annäherung der Sonde an die Elektroden mißt, gelang mir nicht; denn die Störungen der Sonde im Bogenansatz waren so groß, daß die Messung erfolglos blieb und ich somit die erstbeschriebene Methode wählte. Leider mußte ich mich auch hier, wie in den meisten Messungen, auf die Form 2 be-

beschränken, da sie der Messung am besten zugänglich war und deshalb die beste Gewähr für annehmbare Resultate bot.

Aus Fig. 8 geht deutlich hervor, daß eine Änderung der beiden Gefälle durch die Stromstärke vorhanden ist, und zwar an der Kathode stärker als an der Anode. Die beiden Gefälle sinken mit wachsender Stromstärke, was auch schon Ayrton<sup>1)</sup> für den Kohlebogen fand. Grotrian<sup>2)</sup> gibt an, daß der Anodenfall sowohl für Kohle als auch für Metalle, ähnlich der ganzen Bogenspannung, hyperbelartig mit wachsender Stromstärke abnehme, während er für den Kathodenfall nur eine geringe Abnahme mit wachsender Stromstärke feststellen kann. Stark, Retsehinsky und Schaposchnikoff<sup>3)</sup> hingegen fanden, daß der Kathodenfall beim Quecksilberbogen in weiten Grenzen von der Stromstärke unabhängig sei, während der Anodenfall mit der Stromstärke etwas wachse. Skinner<sup>4)</sup> gibt an, daß bei Glimmentladung der Anodenfall von der Stromdichte unabhängig sei.

Aus beiden Figuren ist unverkennbar ersichtlich, daß der Potentialgradient im Bogen keineswegs konstant ist, nicht bei Variation der Stromstärke im allgemeinen, sondern auch räumlich bei konstanter Stromstärke an verschiedenen Stellen der Gassäule. So beträgt er z. B. in der Nähe der Kathode für 1 mm Bogenlänge 3,5 Volt, während auf die gleiche Strecke in der Nähe der Anode nur 3,0 Volt entfallen. Es scheint dieses Verhalten auf den ersten Blick etwas merkwürdig, da doch anzunehmen wäre, der Metaldampf an der Kathode hätte ein größeres Leitvermögen als die Stickstoff-

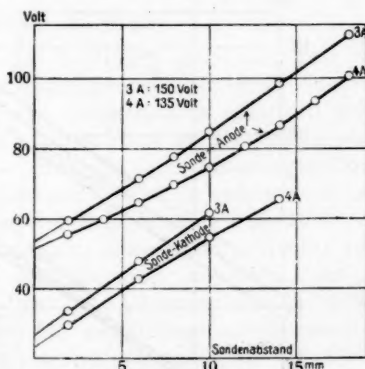


Fig. 8.

1) Hertha Ayrton, l. c.

2) Walter Grotrian, l. c.

3) J. Stark, T. Retsehinsky u. A. Schaposchnikoff, l. c.

4) C. A. Skinner, Ann. d. Phys. 68. p. 752. 1899.

säule des Anodenansatzes. Wie diese Messungen zeigen, scheint also die etwas oberflächliche Auffassung über das Leitvermögen der Gassäule nicht verallgemeinert werden zu können. Jedoch dürfte eine einwandfreie Erklärung des merkwürdigen Verhaltens nicht ohne weiteres auf der Hand liegen.

Wie ich oben an Hand der  $(I, V)$ -Kurven und Watt-Bogenlängekurven gezeigt habe, ist die Summe  $e = a + k$  aus Anoden- und Kathodenfall eine Funktion der Bogenlänge. In jenen Auseinandersetzungen ist aber nicht fest-

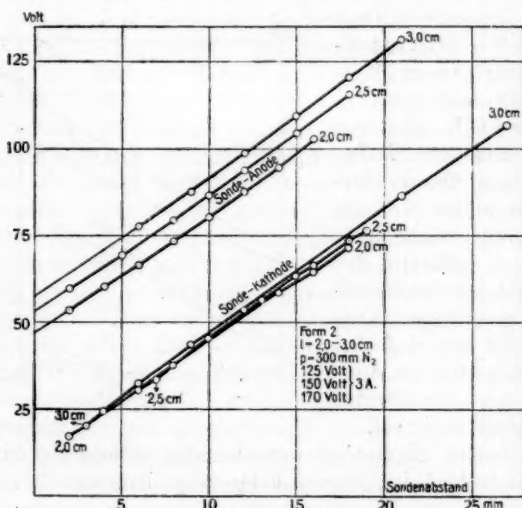


Fig. 9.

gestellt, welcher der beiden Summanden sich ändert und in welcher Weise. Auch hier gibt auf die Frage nach dem Sitz der Potentialveränderung die Sondenmessung unzweideutigen Aufschluß. In Fig. 9 ist eine solche Messung der Form 2 für die Bogenlängen 2,0, 2,5 und 3,0 cm wiedergegeben, und zwar für die konstante Stromstärke 3 Amp. Aus der guten Parallelität der Kurven geht deutlich hervor, daß der Potentialgradient in der Gassäule des Bogens bei Variation der Bogenlänge fast konstant ist, eher für große Bogenlängen etwas

größer. Diese letztere Tatsache wäre vielleicht dadurch zu erklären, daß bei kleinen Bogenlängen der Temperatureinfluß der Elektroden den Gradienten der Gassäule heruntersetzt.

Ganz im Einklang mit den Messungen von Ayrton<sup>1)</sup>, Grotrian<sup>2)</sup> und anderen ist die Änderung des Kathodenfalles mit der Bogenlänge, wenn überhaupt vorhanden, sehr gering. Ebenfalls in Übereinstimmung mit Ayrton, aber in absolutem Gegensatz zu Luggin<sup>3)</sup> und Grotrian, fand ich auch am Nickelbogen eine Zunahme des Anodenfalles mit wachsender Bogenlänge.

#### 6. Stabilität des Bogens.

Schon Hagenbach und Veillon<sup>4)</sup> geben an, daß bei günstig gewählten Versuchsbedingungen sämtliche Formen des Kupferbogens abwechselnd nebeneinander erhältlich sind, und daß der Übergang von einer Form in die andere stets sprungweise erfolge. Leider habe ich beim Nickelbogen diese Bedingungen nie finden können; höchstens erreichte ich es, daß ohne wissentliche äußere Beeinflussung zwei Formen miteinander, allerdings sehr rasch, abwechselten. Auch Cady und Arnold<sup>5)</sup> studierten den Übergang von einer Form in die andere und bezeichneten den Übergang als kritischen Punkt. Cady<sup>6)</sup> sucht die für den Übergang notwendigen Bedingungen zu finden, besonders diejenigen für den Übergang von Form 1 in Form 2.

Ich stellte mir die Aufgabe, die elektrischen Daten eines solchen Überganges festzustellen und zu prüfen, ob sich dieselben der zuerst von Kaufmann<sup>7)</sup> eingeführten Stabilitätstheorie unterziehen lassen.

Bekanntlich besitzen alle Entladungsformen für dieselben Versuchsbedingungen verschiedene ( $V, i$ )-Kurven (Charakteristiken). Nach Hagenbach und Veillon lagern sich die

1) Hertha Ayrton, l. c.

2) Walter Grotrian, l. c.

3) H. Luggin, Wien. Sitzungsber. 98. IIa. p. 1192. 1889.

4) A. Hagenbach u. H. Veillon, l. c.

5) W. G. Cady u. H. D. Arnold, Physik. Zeitschr. 8. p. 890. 1907.

6) W. G. Cady, l. c.

7) W. Kaufmann, l. c.



Charakteristiken im allgemeinen von unten nach oben in der Reihenfolge der Formen 3a, 3, 2a, 2, 1a, 1 und Glimmlicht übereinander, wie es die Fig. 10 für zwei Bogenformen schematisch veranschaulicht. Fast alle Messungen auf diesem Gebiet stimmen darin überein, daß der Übergang sprunghaft erfolgt, und zwar so, daß bei fallenden Charakteristiken mit dem Sinken der Bogenspannung ein Wachsen der Stromstärke verbunden ist, ohne Änderung des äußeren Widerstandes (Stark<sup>1)</sup>).

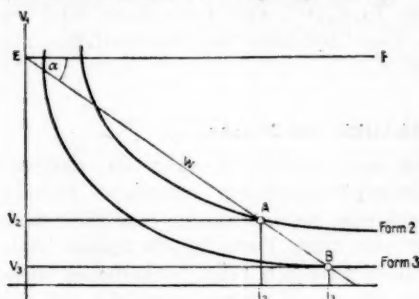


Fig. 10.

Haben wir einen Lichtbogenstromkreis mit der angelegten Spannung  $E$ , dem Vor-schaltwiderstand  $W$ , der Bogenspannung  $V_2$  und der Stromstärke  $i_2$  für den Punkt  $A$  der Charakteristik, so gilt:

$$W = \frac{E - V_2}{i_2} = \operatorname{tg} \alpha,$$

wo  $\alpha$  den Neigungswinkel der Geraden  $EA$  mit der Geraden  $EF$  bildet. Dank obiger Beziehung heißt die Gerade  $EA$  die Widerstandslinie des Punktes  $A$  für die angelegte Spannung  $E$ . Wenn nun der Übergang von einer Form in die andere, z. B. von  $A$  nach  $B$  erfolgt, ohne daß der äußere Widerstand geändert wurde, so muß folgerichtig  $B$  auf derselben Widerstandslinie liegen wie  $A$ . Für den Punkt  $B$  gilt aber die Gleichung:

$$W = \frac{E - V_3}{i_3} = \operatorname{tg} \alpha.$$

Da die beiden Punkte  $A$  und  $B$  auf derselben Geraden liegen, so muß die Gleichung bestehen:

$$\frac{E - V_2}{i_2} = \frac{E - V_3}{i_3}.$$

Um zu prüfen, ob die Daten des Überganges von einer

1) J. Stark, l. c.

Form in die andere der obigen Bedingungsgleichung genügen, stehen zwei Wege offen:

1. Man trägt die Daten graphisch in ein Koordinatensystem ein, verbindet die entsprechenden Punkte durch eine Gerade und prüft, ob diese mit den Widerstandslinien der beiden Punkte zusammenfällt bzw. ob sie die Ordinatenachse in der angelegten Spannung schneidet.

2. Man mißt mit Volt- und Ampèremeter die Größen  $E$ ,  $V_2$ ,  $V_3$ ,  $i_2$  und  $i_3$ , setzt sie in die Bedingungsgleichung ein und prüft, ob diese erfüllt wird.

Der erste Weg ist für den Übergang von Glimmlicht zu Form 1 in drei Fällen durch Fig. 11 wiedergegeben. Aus dieser geht deutlich hervor, daß der Gleichung so gut wie genügt ist.

Um den Fehler an Hand von Zahlen zu beurteilen, wollen wir zur Kontrolle auch den zweiten Weg einschlagen und erhalten für die drei Messungen folgende Resultate:

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{440 - 374}{0,4} &= \frac{440 - 47}{2,0} \quad \text{oder: } 165 = 196,5, \\ \text{b) } \frac{440 - 385}{0,5} &= \frac{440 - 47}{3,0} \quad \text{oder: } 110 = 131, \\ \text{c) } \frac{440 - 395}{0,5} &= \frac{440 - 49}{4,0} \quad \text{oder: } 90 = 97,7. \end{aligned}$$

Auf den ersten Blick wird nun jeder mit Recht die Erfüllung der Bedingungsgleichung anzweifeln. Der Zweifel fällt aber bald dahin, wenn man einmal die Figur näher studiert und weiß, daß die kleine Stromstärke für das Glimmlicht nicht mit einem Präzisionsinstrument für diesen Bereich,

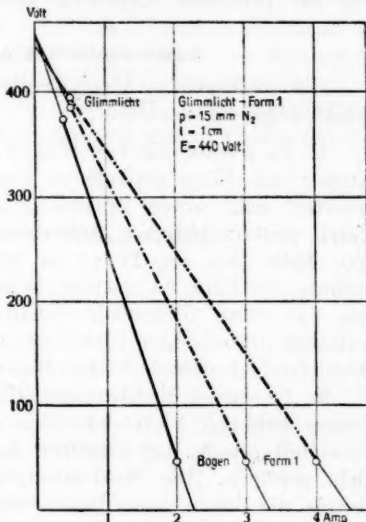


Fig. 11.

sondern mit einem viel unempfindlicheren Ampèremeter gemessen wurde und somit ein kleiner; hier begangener Fehler bei Einsetzung in die Gleichung sehr ins Gewicht fällt. Leider konnte ich nur den Übergang vom Glimmlicht zur Form 1 und umgekehrt studieren, da die Übergänge zwischen den anderen Formen, wenn überhaupt erhältlich, so schnell hin- und her pendelten, daß eine Messung ausgeschlossen blieb.

#### Zusammenfassung und Schluß.<sup>1)</sup>

Die vorliegende Arbeit enthält, in Kürze zusammengefaßt, folgende Resultate:

1. Es wurden die von Hagenbach und Veillon<sup>1)</sup> beim Kupfer und Eisen gefundenen Bogenformen am Nickelbogen bestätigt und, soweit erhältlich, in Luft und Stickstoff an Hand photographischer Aufnahmen beschrieben. Außer in dem Falle, wo der Bogen in Luft bei Atmosphärendruck brannte und Form 3a erschien, konnten nur die Formen 1, 2, 3 und das reine Glimmlicht erhalten und gemessen werden. Zwischen rußbedeckten Elektroden in Leuchtgas von ca. 20 mm Druck fand ich außerdem einen Bogen mit deutlicher Schichtung.

2. Es wurden die Charakteristiken aller erhältlichen Bogenformen zwischen Nickelelektroden in Stickstoff gemessen und dabei festgestellt, daß dieselben der Ayrtonschen Gleichung nicht genügen. Die Watt-Stromstärkekurven sind allerdings Gerade, die sich in einem Punkt links der Wattachse schneiden; die Watt-Bogenlängenkurven hingegen zeigen eine konvexe Krümmung gegen die Wattachse.

3. Der Einfluß des Gasdruckes auf die ganze Bogenspannung ist sehr gering. Er ist bei Form 2 ungefähr dreimal so groß wie bei Form 3. Einfluß des Gasdruckes auf Anoden- und Kathodenfall durch Sondenmessungen konnte nicht festgestellt werden.

4. Durch Sondenmessungen wurde festgestellt, daß Anoden- und Kathodenfall mit steigender Stromstärke etwas sinken, und zwar der Kathodenfall etwas mehr als der Anodenfall. Der Kathodenfall ist unabhängig von der Bogenlänge; hingegen nimmt der Anodenfall mit der Bogenlänge zu. Der Potentialgradient längs der Gassäule des Bogens ist nicht

1) A. Hagenbach u. H. Veillon, l. c.

konstant, sondern in der Nähe der Kathode etwas größer als in Anodennähe.

5. Der Übergang von einer Form in die andere erfolgt stets sprungweise, und zwar vom Glimmlicht zu Form 1 oder umgekehrt auf der Widerstandslinie. Infolge des sehr raschen Hin- und Herpendelns bei den anderen Formen konnte dort diese Beziehung nicht festgestellt werden.

Die vorliegende Arbeit wurde im Physikalischen Institut der Universität Basel ausgeführt. Dem Leiter des Institutes, meinem verehrten Lehrer Hrn. Prof. Dt. August Hagenbach, verdanke ich die Anregung zu dieser Arbeit und bin ihm für das stets fördernde Interesse und die guten Ratschläge zu größtem Dank verpflichtet.

(Eingegangen 29. Februar 1916.)

---

**5. Die statistisch-mechanische Grundlage  
der allgemeinen Quantentheorie;  
von Th. Wereide.**

(Vorgetragen im physikalischen Kollegium der Universität Leipzig  
den 28. Januar 1916.)

Es sei irgendein physikalisches System gegeben, dessen Energie durch die Werte der voneinander unabhängigen Koordinaten

$$p_1 \dots p_n$$

und deren Zeitableitungen

$$\dot{p}_1 \dots \dot{p}_n$$

ausgedrückt werden kann. Anstatt der letzten Koordinaten  $\dot{p}$  führen wir die Koordinaten  $q$  ein, welche dadurch definiert sind, daß

$$q_i = \frac{\partial T}{\partial \dot{p}_i}$$

für jeden Index, wo  $T$  die von  $\dot{p}$  abhängende Energie des Systems bedeutet.

Die Energie und der augenblickliche mikroskopische Zustand des Systems wird dann bestimmt durch die  $2n$  Koordinaten

$$p_1 \dots p_n \quad q_1 \dots q_n.$$

Wir greifen eine Reihe von Elementargebieten

$$d p_1, d p_2, \dots d q_n$$

heraus. Diese linearen Elementargebiete definieren zusammen ein  $2n$ -dimensionales Elementargebiet von der Größe

$$d\tau = d p_1 \dots d p_n d q_1 \dots d q_n,$$

und dieses Elementargebiet wird in einem  $2n$ -dimensionalen Koordinatensystem durch ein  $2n$ -dimensionales Volumenelement dargestellt. Es sei  $P_{d\tau}$  die mathematische Wahrscheinlichkeit dafür, daß sich in einem gegebenen Augenblicke sämtliche

Koordinaten in dem Gebiete  $d\tau$  befinden.<sup>1)</sup> Die Wahrscheinlichkeit pro Volumeneinheit oder die Wahrscheinlichkeitsdichte wird dann

$$D = \frac{Pa\tau}{d\tau}.$$

Nach der statistischen Mechanik<sup>2)</sup> ist die Entropie des Systems

$$(1) \quad S = k \log \frac{1}{D} = k \log (W d\tau) = \int \frac{dU + p dv}{T}.$$

Hier bedeutet  $v$  das Volumen des Systems,  $p$  der Druck,  $T$  die absolute Temperatur und  $k$  die Gaskonstante pro Molekül.  $W$  bedeutet die Zahl der Elemente  $d\tau$ , welche das System durchläuft. Die Größe  $W d\tau$  bezeichnet also den Teil des Zustandsraumes, der von dem Zustandspunkte des Systems durchlaufen wird. Wir werden in dem folgenden das Volumen  $W d\tau$  mit  $Z$  bezeichnen. Die Größe dieses Volumens ist

$$Z = \sum_1 \dots \sum_n dp_1 \dots dp_n dq_1 \dots dq_n,$$

wo die Summation über die durchlaufenen Elemente zu unternehmen ist. Hierbei ist zu bemerken, daß  $Z$  immer nur als eine Substitution für  $W d\tau$  aufzufassen ist, d. h. damit ein Element  $d\tau$  dieses Volumens als durchlaufen angesehen werden soll, ist es nicht notwendig, daß alle Punkte des Elementes mathematisch durchlaufen werden. In einigen Fällen hängt der Mittelwert einer Koordinate  $p_i$  von dem Mittelwert der entsprechenden Koordinate  $q_i$  ab. Dann läßt sich das zweidimensionale Gebiet  $dp_i dq_i$  durch ein eindimensionales Gebiet  $dr_i$  ausdrücken, und der Zustand des Systems wird durch  $n$  unabhängige Koordinate  $r$  bestimmt.

Um eine allgemeine Behandlung zu ermöglichen, werden wir deshalb ganz allgemein die unabhängigen Koordinaten des Systems mit

$$r_1 r_2 \dots r_m$$

bezeichnen. Das Zustandsvolumen hat also die Form

1) Dies ist nur eine abgekürzte Ausdrucksweise für die Aussage, daß die Koordinate  $p_1$  einen Wert zwischen  $p_1$  und  $p_1 + dp_1$  hat usw., für die anderen Koordinaten, wo  $dp_1$  die zugehörige Ecke des Elementes  $d\tau$  ist.

2) Th. Wereide, Statistical Theory of Energy and Matter, Kristiania, Gyldendalske Boghandel, Nordisk Forlag.

$$Z = \sum_1 \dots \sum_m dr_1 \dots dr_m$$

und die Dimension

$$[Z] = [\text{Energie} \cdot \text{Zeit}]^n.$$

Das Elementargebiet  $d\tau$  ist, während der Ableitung der Formel (1), lediglich als ein Integrationselement eingeführt worden, also nur als ein mathematisches Hilfsmittel. Es ist vorausgesetzt, daß  $d\tau$  über den ganzen Zustandsraum gleich groß gemacht ist. Sonst wird nur verlangt, daß  $d\tau$  relativ klein ist.<sup>1)</sup> Es ist dagegen nicht vorausgesetzt, daß  $d\tau$  infinitesimal sein soll.

Dies ist nichtsdestoweniger das, was man erwartet. Wenn  $d\tau$  nur ein Integrationselement ist, so ist man dazu geneigt, hier wie sonst in der Physik, das Element infinitesimal zu machen.

Es zeigt sich aber, daß man ganz verschiedene Resultate erreicht, je nachdem man  $d\tau$  infinitesimal oder endlich macht. Wenn man auf der Gleichung (1) als Grundlage den Mittelwert der Energie berechnet, so findet man die Formeln der klassischen Statistik, falls man  $d\tau$  infinitesimal macht, aber die Formeln der Quantentheorie (8) und (10), falls man  $d\tau$  endlich wählt.

Dieser Umstand fordert zu einer genaueren Untersuchung auf.

Der Widerspruch zwischen der Quantentheorie und der klassischen Statistik wird nämlich offenbar wegfallen, sobald es möglich ist, eine mit gewöhnlichen Vorstellungen vereinbare physikalische Bedingung zu finden, welche verlangt, daß  $d\tau$  einen endlichen Wert haben soll.

Wir werden in dem folgenden zeigen, daß eine solche Bedingung wirklich existiert.

Wir stellen uns auf den Standpunkt, daß wir vorläufig nichts anderes von  $d\tau$  wissen, als daß es relativ klein ist. Wir müssen dann, um keine Einschränkung einzuführen,  $d\tau$  als endlich behandeln. Dann werden nämlich unsere Formeln auch gültig, wenn  $d\tau$  sich als infinitesimal darstellen sollte.

Eine der wichtigsten Aufgaben der statistischen Mechanik ist, den Mittelwert der Energie  $U_i$  zu berechnen, welche von

1) Diese Voraussetzung ist nur gemacht um die Formeln nicht unnötig kompliziert zu machen.



einer Koordinate  $\tau_i$  abhängt. Diese Aufgabe kann gelöst werden, sobald man die Wahrscheinlichkeit  $P_{dU_i}$  dafür finden kann, daß die Energie sich in dem Gebiete  $dU_i$  befindet.

Wenn  $dU_i$  infinitesimal ist, so ist

$$\bar{U}_i = \int_0^{\infty} P_{dU_i} U_i.$$

Ist dagegen  $dU_i$  endlich, so ist

$$\bar{U}_i = \sum_0^{\infty} P_{dU_i} U_i.$$

Hier ist es eine Unbestimmtheit, indem wir nur wissen, daß die Energie  $U_i$  des Summationsausdruckes innerhalb des Gebietes  $dU_i$  gewählt werden muß. Diese Wahl wird aber für das Resultat nicht gleichgültig, wenn  $dU_i$  endlich ist. Um die Formel unzweideutig benutzen zu können, müssen wir daher eine bestimmte Rechenregel festsetzen, und die natürliche Regel ist dann die folgende: Man wählt in jedem Gebiete den Wert von  $U_i$ , welcher dem Mittelpunkt des Gebietes  $dU_i$  entspricht. Diese Regel muß immer zu richtigen Resultaten führen, wenn die dem Mittelpunkte entsprechende Energie dem wirklichen Mittelwert der Energie des Gebietes gleich ist.

Wenn das System sich im statistischen Gleichgewicht befindet, ist das Zustandsvolumen  $Z$  konstant, und das System bewegt sich, infolge der statistischen Mechanik, in solcher Weise, daß es alle Volumenelemente  $d\tau$  des Zustandsvolumens mit derselben Wahrscheinlichkeit durchläuft.

Da das Zustandsvolumen  $Z$  im Gleichgewichtszustande eine konstante Größe hat, muß es auf die Form eines rechteckigen Parallelepipeds gebracht werden können, also

$$(2) \quad Z = H_1 H_2 \dots H_m,$$

wo  $H_1, H_2, \dots$  für jede Koordinate charakteristische Konstanten sind, welche ein Maß für die Variationsfähigkeit der Koordinate geben, und welche so gewählt sind, daß sie für jede einzelne Koordinate dem richtigen Mittelwert der Energie entsprechen. Durch diese Transformation haben wir das wirkliche System in ein neues System umgeformt, das mit dem wirklichen insoweit äquivalent ist, als es dieselbe Energie und dieselbe Entropie hat wie das wirkliche System.

Wir stellen uns die Aufgabe, die Energie und die Energieentropie<sup>1)</sup> des Systems zu berechnen, und gehen hierbei in der folgenden Weise vor: Die Energieentropie wird möglichst viel vermindert dadurch, daß wir eine größt mögliche Abkühlung vornehmen. Wenn das System zu einer gewissen sehr niedrigen absoluten Temperatur  $\vartheta$  abgekühlt ist, werden die physikalischen Eigenschaften des Systems entweder konstante Grenzwerte annehmen, oder die Änderungen, welche eine weitere Abkühlung begleiten, werden so klein, daß sie nicht gemessen werden können. Die Temperatur  $\vartheta$  ist also als der praktisch erreichbare Nullpunkt anzusehen. Ob die Temperatur  $\vartheta$  mit dem absoluten Nullpunkte identifiziert werden kann, wissen wir nicht. Wir dürfen aber annehmen, daß eine solche Identifizierung praktisch zulässig ist und werden deshalb die Temperatur  $\vartheta$  als den absoluten Nullpunkt bezeichnen. Die oben erwähnte Entropieverminderung wird dann durch das Integral

$$(3) \quad \int_0^T \frac{dU + p d\vartheta}{T}$$

dargestellt.

In dem Nullpunktszustande hat das Zustandsvolumen den Wert

$$(4) \quad Z_0 = h_1 h_2 \dots h_m,$$

wo  $h_1, h_2, \dots$  die Nullpunktswerte der Größen  $H_1, H_2, \dots$  sind. Über die Größe des Volumens  $Z_0$  dürfen wir keine Voraussetzung machen. Dasselbe gilt auch für die Nullpunktsenergie des Systems. Es ist aber einleuchtend, daß, wenn  $Z_0$  von Null verschieden ist, auch die Nullpunktsenergie von Null verschieden sein muß. Um unsere Aufgabe allgemein lösen zu können, müssen wir deshalb der Energie einen bestimmten Nullpunktswert zuschreiben. Wenn wir die Möglichkeit offen lassen, daß diese Energie Null sein kann, haben wir dadurch keine willkürliche Einschränkung gemacht.

Nach der statistischen Mechanik<sup>2)</sup> ist die Wahrscheinlich-

1) D. h. derjenige Teil der Entropie, welcher nur von der Energie des Systems abhängt. 1. c. p. 28.

2) 1. c. p. 48.

keit dafür, daß die Koordinate  $r_i$  sich in dem Gebiete  $dr_i$  befindet, gleich

$$(5) \quad P_{dr_i} = \frac{e^{-\frac{U_i}{kT}} dr_i}{\sum e^{-\frac{U_i}{kT}} dr_i},$$

wo  $U_i$  einen der Energiewerte bedeutet, welche die Koordinate  $r_i$  darstellt, wenn sie sich in dem Gebiete  $dr_i$  befindet.

Wir suchen nun die Wahrscheinlichkeit  $P_{dU_i}$  dafür, daß die Energie sich in dem Gebiete  $dU_i$  befindet. Diese Wahrscheinlichkeit wird offenbar gleich der Wahrscheinlichkeit  $P_{dr_i}$ , vorausgesetzt, daß wir die Elemente  $dU_i$  so wählen, daß jedem Gebiet  $dr_i$  eindeutig ein bestimmtes Gebiet  $dU_i$  entspricht. Es muß bemerkt werden, daß umgekehrt einem gegebenen Elemente  $dU_i$  sehr wohl mehrere, einander äquivalente Gebiete  $dr_i$  entsprechen können.

Wenn wir die Gebiete  $dU_i$  in der erwähnten Weise wählen, wird die gesuchte Wahrscheinlichkeit

$$(6) \quad P_{dU_i} = \frac{e^{-\frac{U_i}{kT}} dr_i}{\sum e^{-\frac{U_i}{kT}} dr_i}.$$

Über die Größe der Elemente  $dr_i$  wissen wir vorläufig nichts. Nur ist es vorausgesetzt, daß sie für jede Koordinate überall denselben Wert haben.<sup>1)</sup>

Wenn nun die Temperatur gegen Null geht, so geht die obige Wahrscheinlichkeit in den folgenden Grenzwert über

$$\lim_{T \rightarrow 0} P_{dU_i} = \frac{e^{-\frac{U_{i0}}{kT}} dr_i}{e^{-\frac{U_{i0}}{kT}} \sum dr_i} = \frac{dr_i}{h_i},$$

wo  $U_{i0}$  der Nullpunktwert von  $U_i$  ist.

Da diese Wahrscheinlichkeit offenbar gleich Eins sein muß, so folgt

$$(7) \quad dr_i = h_i$$

und daraus

$$d\tau = dr_1 dr_2 \dots dr_m = h_1 h_2 \dots h_m = Z_0.$$

1) Diese Voraussetzung ist nur gemacht, um die Formel praktisch brauchbar zu machen.

Wenn also die Wahrscheinlichkeitsformel (6) für alle Temperaturen gültig sein soll, so muß man als Elementargebiet  $d\tau$  das Nullpunktvolumen wählen.

Für den Mittelwert der Energie erhalten wir dann

$$\bar{U}_i = \frac{\sum_0^\infty e^{-\frac{U_i(r_i)}{kT}} U_i(r_i)}{\sum_0^\infty e^{-\frac{U_i(r_i)}{kT}}},$$

d. h.

$$(8) \quad \bar{U}_i = U_{i0} + \frac{\sum_0^\infty e^{-\frac{y_i(r_i)}{kT}} y_i(r_i)}{\sum_0^\infty e^{-\frac{y_i(r_i)}{kT}}},$$

wo

$$y_i = U_i - U_{i0}$$

und

$$r_i = m h_i, \quad m = \text{ganze Zahl.}$$

Für die Entropie erhalten wir nach (1)

$$(9) \quad S = k \log W + k \log h_1 h_2 \dots h_m.$$

Hier bedeutet  $W$  die Zahl von Elementargebieten

$$d\tau = h_1 h_2 \dots h_m,$$

welche der Zustandspunkt des Systems durchläuft, d. h.  $W$  ist die Zahl aller möglichen Zustände, welche das System durchläuft, wenn man sich denkt, daß jede Koordinate  $r_i$  sich sprungweise um den Wert  $h_i$  ändert. Die Zahl  $W$  ist die Boltzmann-Plancksche „Wahrscheinlichkeit“. Diese Größe ist der reziproke Wert der mathematischen Wahrscheinlichkeit  $P_{d\tau}$  des Gebietes  $d\tau$

$$W = \frac{1}{P_{d\tau}}.$$

Das zweite Glied der Entropie (9), die Nullpunksentropie, ist von der Energie unabhängig. Dieses Glied spielt deshalb keine Rolle für Anwendungen, die sich nur auf Energieänderungen beziehen. Man kann es deshalb bei solchen An-

wendungen zweckmäßig weglassen, und als praktische Energieentropie erhält man dann die Funktion

$$(10) \quad S_U = k \log W.$$

Diese Funktion ist mit der Planckschen Entropie identisch. Die Plancksche Entropie stellt somit den variablen Teil der Energieentropie dar.

An der anderen Seite wird nach (3) diese Funktion auch durch die Formel

$$S_U = \int_0^T \frac{dU + p dv}{T}$$

dargestellt.

Wir haben in dem Obigen nur die Energieentropie betrachtet. Wir können in ganz analoger Weise die Volumenentropie<sup>1)</sup> behandeln. Nennen wir alle möglichen meßbaren und von der Energie unabhängigen Entropieverminderungen  $S_v$ . Es sei weiter der Wert des Zustandsvolumens, wenn wir alle möglichen meßbaren Entropieverminderungen vorgenommen haben,

$$Z_0 = h_1 h_2 \dots h_m.$$

Wenn  $S_v$  von Null verschieden ist, wird dieser  $Z_0$  von dem obigen  $Z_0$  verschieden sein. Die Entropie kann dann geschrieben werden:

$$S = S_U + S_v + k \log Z_0.$$

Beim Studium der Energieänderungen in dem System braucht man nur das erste Glied mitzunehmen, bei Änderungen unter konstanter Energie nur das zweite Glied, und das dritte Glied kann immer weggelassen werden, d. h. wenn das System in einen Zustand gebracht ist, wo keine meßbaren Verminderungen des Zustandsvolumens mehr vorgenommen werden können, kann man, ohne Widersprüche, die Entropie gleich Null setzen. Von diesem Satze ist Nernsts Theorem (in der Planckschen Fassung) ein spezieller Fall.

1) D. h. derjenige Teil der Entropie, welcher von der Energie nicht abhängt.

Nach (1) haben wir identisch

$$k \log W + k \log d\tau \equiv \int_0^{\tau} \frac{dU + p dv}{T} + S_0,$$

wo  $S_0$  die von der Energie unabhängige Nullpunksentropie ist. Aus dieser Gleichung sieht man, welchen Fehler man macht, wenn man  $d\tau$  zu klein wählt. Da nämlich

$$k \log d\tau = S_0,$$

so entspricht einem zu kleinen Wert von  $d\tau$  eine zu kleine Nullpunksentropie, d. h. ein zu großer Wert der variablen Energieentropie. Wenn man also  $d\tau$  zu klein macht, erhält man einen zu großen Mittelwert der variablen und direkt meßbaren Energie.

Die Resultate (8) und (10) sind die zwei Postulate, auf welchen die Quantentheorie aufgebaut ist, und welche mit der statistischen Mechanik in Widerspruch stehen sollen. Nach der obigen Darstellung ist ein solcher Widerspruch nicht vorhanden. Vielmehr sind die Relationen (8) und (10) eine Konsequenz der statistischen Mechanik. Die Quanten  $h_i$  zeigen sich zunächst nur als mathematische Hilfsgrößen, welche mit der Nullpunktsenergie zusammenhängen. Die scheinbare Diskontinuität ist nur mathematisch und hat keine physikalische Realität. Wenn  $h_i$  von Null verschieden ist, drückt sie eine Grenzeigenschaft aus. Es ist nämlich

$$(11) \quad h_i = \lim_{T \rightarrow 0} H_i(U_i).$$

Diese Relation allein ist also hinreichend, um die Hauptgleichungen der Quantentheorie zu rechtfertigen. Hierdurch ist es doch nicht ausgeschlossen, daß man in gewissen Fällen, z. B. in der Strahlung der Gase, den Quanten auch eine reelle Existenz zuschreiben muß, aber diese Quanten sind nicht notwendig, um die Gleichungen (8) und (10) zu begründen.

Wo die Quanten auftreten, sind sie als ein Resultat der quantenhaften Konstitution, nicht der Energie, sondern der Materie und der Elektrizität aufzufassen. Man braucht ihnen keine diskontinuierlichen Eigenschaften zuzuschreiben, und sie haben keine Beseitigung des kontinuierlichen Charakters der dynamischen Gleichungen zur Folge.

Die Größe der Konstante  $h_i$  kann nur durch Experimente ermittelt werden.

Wir werden hier nur zeigen, wie man den Zusammenhang zwischen  $h_i$  und der entsprechenden Nullpunktsenergie bestimmen kann.

Da das Nullpunktsvolumen als Elementargebiet zu benutzen ist, hat man

$$Z_0 = (W d\tau)_0 = d\tau,$$

d. h.

$$W_0 = 1.$$

*Das Elementargebiet  $d\tau$  ist so groß zu wählen, daß der Zustandspunkt bei dem absoluten Nullpunkte sich immer darin befindet.*

Da  $d\tau$  zur Ausmessung der Energie benutzt werden soll, muß es mit dem wirklichen Wert der Energie übereinstimmen, d. h. *die mittlere Energie des Elementes muß der wirklichen Energie gleich sein.*

Durch die Anwendung dieser zwei Sätze ergibt sich, in den speziellen Fällen, der Zusammenhang zwischen  $h_i$  und der entsprechenden Nullpunktsenergie.

(Eingegangen 21. Februar 1916.)



**6. Der Energieaustausch zwischen Materie  
und Äther;  
von Th. Weyde.**

Kirchhoffs Strahlungsgesetze, welche für die späteren Untersuchungen der Strahlung grundlegend gewesen sind, können in den folgenden zwei Sätzen ausgesprochen werden:

1. Der Strahlungszustand des Äthers im Falle des stationären Gleichgewichtes, die schwarze Strahlung, ist eine universelle Eigenschaft, die von keinen speziellen materiellen Eigenschaften abhängt.

2. Die Strahlung einer speziellen materiellen Substanz steht mit der schwarzen Strahlung in einer bestimmten gesetzmäßigen Beziehung

Diese Auffassung Kirchhoffs hat sich glänzend bewährt.

Nach den theoretischen Untersuchungen Plancks läßt sich die schwarze Strahlung durch die Einführung einer neuen universellen Konstante  $h$  charakterisieren.

Andererseits lassen die neueren experimentellen Beobachtungen es außer Zweifel, daß die Konstante  $h$  auch in speziellen, nichtschwarzen Strahlungen eine fundamentale Rolle spielt.

Die Aufgabe, den Energieaustausch zwischen Materie und Äther zu erklären, wird somit mit der Aufgabe identisch, die Natur der Konstante  $h$  zu erforschen.

Der Weg, auf welchem diese Aufgabe gelöst werden muß, liegt klar zutage. Da die Konstante  $h$  universeller Art ist, muß man zunächst versuchen, die Natur der schwarzen Strahlung durch die elektromagnetischen Eigenschaften des Äthers verständlich zu machen. Wenn die Lösung in dieser Weise nicht vollständig gelingt, muß man die Materie zu Hilfe nehmen. Hierbei muß man sich aber wohl davor hüten, spezielle Eigenschaften hereinzuziehen. Nur die Eigenschaften, welche für jede Materie allgemein sind, dürfen benutzt werden.

Wenn es auf diese Weise gelungen ist, der Natur der

Konstante  $h$  näher zu kommen, ist zu vermuten, daß auch der Mechanismus verständlich wird, welcher der Strahlung einer speziellen Substanz zugrunde liegt.

# I. Die Konstante $h$ als Funktion der elektromagnetischen Eigenschaften des Äthers.

Damit ein gewisses Volumen des Äthers in stabiles, stationäres Gleichgewicht kommen soll, muß das Volumen von einer materiellen Substanz begrenzt sein. Diese Substanz wird dann in dauerndem Energieaustausch mit dem Äther stehen, indem sie zur selben Zeit einen Emissions- und einen Absorptionsprozeß unterhält, welche im stationären Zustande einander gerade aufheben. Da nun der Strahlungszustand des Äthers, im stationären Falle, von der Art der begrenzenden Substanz nicht abhängt, kann man sich ihr Emissionsvermögen und folglich auch ihr Absorptionsvermögen verschwindend klein denken. In diesem Falle wirkt die den Äther begrenzende Fläche wie ein Spiegel. Es findet kein Energieaustausch mit der Substanz statt, und der stationäre Strahlungszustand des Äthers kann hauptsächlich nur von seinen eigenen Eigenschaften abhängen.

Wenn man dem Strahlungsraum die Form eines rechteckigen Parallelepipeds von der Größe Eins gibt, so berechnet sich bekanntlich die Zahl der möglichen Schwingungen mit Frequenz zwischen  $\nu$  und  $\nu + d\nu$  zu

$$\frac{8\pi}{c^3} \nu^3 d\nu$$

wo  $c$  die Lichtgeschwindigkeit ist. Es sei die Energie einer einzelnen Schwingung  $\epsilon_\nu$ . Wenn  $d\nu$  klein ist, kann die Energie  $\epsilon_\nu$  für den Spektralbezirk  $d\nu$  als konstant betrachtet werden. Die Energie pro Volumeinheit der betrachteten Schwingungen, die Strahlungsdichte, wird dann

$$(1) \quad \mu_\nu d\nu = \frac{8\pi}{c^3} \epsilon_\nu \nu^3 d\nu.$$

Die Energie des Strahlungsraumes für die verschiedenen Schwingungen wird somit bestimmt, sobald man die Energie

1) Eine elementare Ableitung dieses Satzes findet man in „Statistical Theory of Energy and Matter“, p. 140, Kristiania, Gyldendalske Boghandel, Nordisk Forlag.

$\epsilon_v$  als Funktion von Schwingungszahl und Temperatur berechnen kann.

Diese Berechnung ist mittels Maxwells Gleichungen möglich. Wenn man nämlich diese Gleichungen auf den Strahlungsraum anwendet, ergibt sich als ein erstes Resultat die Existenz des Strahlungsdruckes. Verfolgt man dieses Resultat weiter, so erhält man als eine zweite Konsequenz Stefans Gesetz<sup>1)</sup>, welches aussagt, daß im stationären Zustande

$$\int_0^\infty \mu_v d\nu = a T^4$$

$$(2) \quad \text{d. h.} \quad \frac{8\pi}{c^2} \int_0^\infty \epsilon_v \nu^2 d\nu = a T^4$$

wo  $a$  eine Konstante und  $T$  die absolute Temperatur ist. Diese Gleichung enthält alles, was Maxwells Gleichungen über den stationären Zustand des Strahlungsraumes aussagen können. Die Funktion  $\epsilon_v$  wird daher durch Maxwells Gleichungen bestimmt, wenn wir eine allgemeine Lösung von  $\epsilon_v$  finden können, welche die Gleichung (2) befriedigt.

Eine partielle Lösung von  $\epsilon_v$  ist

$$\epsilon_v = a \nu e^{-\frac{\beta \nu}{T}}.$$

Dies gibt die allgemeine Lösung

$$\epsilon_v = \alpha_1 \nu e^{-\frac{\beta_1 \nu}{T}} + \alpha_2 \nu e^{-\frac{\beta_2 \nu}{T}} + \alpha_3 \nu e^{-\frac{\beta_3 \nu}{T}} + \dots$$

Als ein sicheres Resultat der klassischen statistischen Mechanik<sup>2)</sup> ist nun das Folgende anzusehen:

$$\lim_{\nu \rightarrow 0} \epsilon_v = k T.$$

Diese Bedingung wird befriedigt wenn

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \dots = k \beta$$

und

$$\beta_1 = \beta, \quad \beta_2 = 2\beta, \quad \beta_3 = 3\beta, \dots$$

Dann erhalten wir

1) l. c. p. 150.

2) l. c. p. 144.

$$\begin{aligned}\varepsilon_\nu &= k \beta \nu (e^{-\frac{\beta \nu}{T}} + e^{-\frac{2 \beta \nu}{T}} + e^{-\frac{3 \beta \nu}{T}} + \dots) \\ &= \frac{k \beta \nu}{e^{\frac{\beta \nu}{T}} - 1} = \frac{h \nu}{e^{\frac{h \nu}{k T}} - 1},\end{aligned}$$

wo  $h$  eine universelle Konstante ist. Substituieren wir diesen Ausdruck in (1), so folgt das Plancksche Strahlungsgesetz

$$(3) \quad \mu_\nu d\nu = \frac{8 \pi h}{c^3} \cdot \frac{\nu^3}{e^{\frac{h \nu}{k T}} - 1} d\nu.$$

Nach dieser Art der Ableitung muß die Konstante  $h$  eine elektromagnetische Eigenschaft des Äthers ausdrücken.<sup>1)</sup> Wie wir später sehen werden, ist diese eine Grenzeigenschaft, die sich in dem Grenzgebiete zwischen Äther und Materie geltend macht.

Die Konstante  $h$  definiert die Energie der verschiedenen Schwingungen. Für kleine Schwingungszahlen hat die Energie ihren Maximalwert

$$\varepsilon_\nu = k T.$$

Für höhere Schwingungszahlen beträgt die Energie nur den Bruchteil

$$f_\nu = \frac{\frac{h \nu}{k T}}{e^{\frac{h \nu}{k T}} - 1},$$

von dem Maximalwert. Man kann passend die Funktion  $f_\nu$  als den Freiheitsgrad der betreffenden Schwingungen bezeichnen. Dies ist aber nicht so aufzufassen, als ob der Äther für hochfrequente Schwingungen weniger frei ist als für langsame. Der Äther pflanzt alle Schwingungen, welche in ihm entstanden sind, in ganz freier Weise fort. Hier handelt es sich aber um die Frage, ob es Schwingungen der verschiedenen Energien und Frequenzen in ganz beliebiger Weise, ohne

1) Zwar ist die obige Ableitung des Strahlungsgesetzes nicht rein elektromagnetisch, indem sie die statistischen Relationen

$$dS = \frac{dU + p d\nu}{T} \quad \text{und} \quad \lim_{\nu \rightarrow 0} \varepsilon_\nu = k T$$

enthält (l. c. p. 150 u. 144); aber diese Relationen sind so allgemeiner Art, daß sie nicht die Existenz der Konstante  $h$  begründen können.

Störung des Gleichgewichtes, entstehen können. Diese Frage muß verneint werden; aber dies bedingt keine Einschränkung unserer Vorstellungen über den Äther als freies, durchlässiges Medium. Wir haben ja auch während der obigen Ableitung keine Voraussetzungen über die Freiheit des Äthers gemacht.

Eine Ableitung der obigen Art ist insoweit befriedigend, als sie die Strahlungsformel leicht und ohne Hilfhypothesen gibt. Sie ist aber unbefriedigend darin, daß sie die Natur der Konstante  $h$  nicht hinreichend erklärt. Maxwells Gleichungen verlangen, daß die Konstante  $h$  existieren soll, lassen aber die Frage nach ihrer Natur unbeantwortet. Wir werden in den folgenden Untersuchungen II und III diese Frage näher diskutieren.

## II. Die Konstante $h$ als Funktion einer Nullpunktsenergie.

Wir betrachten die Schwingungen, deren Schwingungszahl zwischen  $\nu$  und  $\nu + d\nu$  liegt, und werden versuchen, die Energie  $\epsilon_\nu$  einer einzelnen Schwingung in einer mehr konkreten Weise abzuleiten.

Wir denken uns, daß der Strahlungsraum nicht von spiegelnden Flächen, sondern von einer Substanz begrenzt ist, die Strahlen aussenden und absorbieren kann. Die Substanz muß also gewisse elektrische Oszillatoren enthalten, welche den Energieaustausch zwischen Materie und Äther vermitteln können. Nach Kirchhoffs Gesetz muß die Art dieser Oszillatoren ganz gleichgültig sein, wenn sie nur mit den physikalischen Gesetzen vereinbar sind. Wir wählen sie deshalb hier in der einfachst möglichen Form, nämlich in der Form einer gewissen punktförmig gedachten Elektrizitätsmenge, die quasielastisch und geradlinig um einen Gleichgewichtspunkt schwingt. Wenn die Kraft, welche die Elektrizität gegen den Gleichgewichtspunkt treibt, der Entfernung von diesem Punkte proportional ist, läßt sich die Schwingungsenergie in der folgenden Form schreiben:

$$U = \frac{1}{2} k p^2 + \frac{1}{2} m \dot{p}^2,$$

wo  $k$  und  $m$  Konstanten sind und  $p$  die Entfernung von dem Gleichgewichtspunkte ist. Führen wir anstatt  $\dot{p}$  die Koordinate

$$q = \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{1}{2} m \dot{p}^2 \right) = m \dot{p}$$

ein, so kann die obige Gleichung geschrieben werden

$$\frac{p^2}{2U} + \frac{q^2}{2mU} = 1$$

und die Schwingungszahl der Schwingungen berechnet sich zu

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

In einem Koordinatensystem mit  $p$  als Abszisse und  $q$  als Ordinate ist der Zustand des Oszillators dadurch bestimmt, daß der Zustandspunkt sich in einer Ellipse mit den Halbachsen

$$a = \sqrt{\frac{2U}{k}} \quad \text{und} \quad b = \sqrt{2mU}$$

und dem Flächeninhalt

$$(4) \quad f = \pi a b = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} U = \frac{U}{\nu},$$

bewegen muß. Dies gilt für eine Zeit, die so kurz ist, daß  $U$  als konstant zu betrachten ist. Es bewegt sich also der Zustandspunkt des Oszillators im allgemeinen in ellipsenähnlichen Kurven, und der durchlaufene Teil der Zustandsebene hat eine ellipsenähnliche Form.

Wir werden nun die Sätze der statistischen Mechanik auf das Oszillatorsystem anwenden. Es sei die Zahl der Oszillatoren  $n$ . Nach der statistischen Mechanik<sup>1)</sup> ist die Entropie des Systems

$$S = k \log Z.$$

Hier bedeutet  $Z$  das  $2n$ -dimensionale Zustandsvolumen, das von dem Zustandspunkte des Systems durchlaufen wird. Die Größe dieses Volumens ist

$$Z = \sum_1 \dots \sum_{2^n} dp_1 \dots dp_n dq_1 \dots dq_n.$$

Anstatt des parallelepipeden Summationselementes  $dp_1 dq_1$  führen wir vorläufig als neues Element  $df_1$  ein, wo  $df_1$  das Flächenelement zwischen zwei Ellipsen ist, dessen Flächeninhalt  $f_1$  und  $f_1 + df_1$  ist. Dies wird für jeden Oszillator gemacht, und wir erhalten

1) l. c. p. 27 (die Größe  $W d\tau$  ist hier mit  $Z$  bezeichnet).

$$Z = \sum_1 \dots \sum_n df_1 \dots df_n.$$

Da das Zustandsvolumen im Gleichgewichtszustande eine ganz bestimmte Größe hat, die von den Änderungen der einzelnen Koordinaten abhängt, muß es in der Form eines rechteckigen Parallelepipeds geschrieben werden können, also

$$Z = H_1 H_2 \dots H_n,$$

wo  $H_1, H_2, \dots$  für jede einzelne Schwingung charakteristische Konstanten sind, die ein Maß für die Variationsfähigkeit der Koordinate geben. Wenn diese Konstanten voneinander verschieden sind, müssen sie Funktionen von den zugehörigen Schwingungszahlen sein. Dies sei zunächst vorausgesetzt.

Die statistische Gleichgewichtsbedingung fordert nun, daß

$$dS = 0,$$

$$\text{d. h.} \quad \sum_1^n \frac{\partial}{\partial \nu_1} \log H_1 = 0,$$

für eine gedachte Änderung der Schwingungszahlen. Da der Spektralbezirk  $1 - n$  willkürlich gewählt werden kann, so kann diese Gleichung im allgemeinen nur dann bestehen, wenn

$$\frac{\partial}{\partial \nu} \log H = 0 \text{ für jede } \nu,$$

d. h.  $H$  hängt von  $\nu$  nicht ab und ist also für alle Oszillatoren dieselbe. Das Zustandsvolumen kann also auf die Form eines  $n$ -dimensionalen Würfels gebracht werden, dessen Kante  $H$  ist

$$Z = H^n.$$

Wir denken uns nun, daß wir die Temperatur des Strahlungsraumes immer kleiner machen. Wir setzen voraus, daß, wenn die Temperatur gegen Null geht, so geht die Oszillatorenergie gegen eine Nullpunktsenergie von endlicher Größe. Dann muß auch das Zustandsvolumen gegen einen endlichen Minimalwert, das Nullpunktsvolumen, gehen. Dieses Volumen ist

$$(5) \quad Z_0 = h^n.$$

Nach der statistischen Mechanik<sup>1)</sup> ist dann der Mittelwert der Energie einer einzelnen Schwingung

1) Ann. d. Phys. 49. p. 963. 1916.



$$\bar{U}_\nu(f) = U_{\nu 0}(f) + \frac{\sum_0^\infty e^{-\frac{Y_\nu(f)}{kT}} Y_\nu(f)}{\sum_0^\infty e^{-\frac{Y_\nu(f)}{kT}}},$$

$$f = m h, \quad m = \text{ganze Zahl.}$$

Da

$$Y = U - U_0 = (f - f_0) \nu = m h \nu,$$

ergibt die Rechnung

$$(6) \quad \bar{U}_\nu(f) = U_{\nu 0}(f) + \frac{h \nu}{e^{\frac{h \nu}{kT}} - 1}.$$

Dies ist die Energie einer Oszillatorschwingung. Um die Energie der entsprechenden Ätherschwingungen zu finden, bemerken wir, daß die Energieänderung der Ätherschwingung und die des Oszillators identisch nach demselben Gesetze verlaufen müssen. Hieraus folgt, daß der variable Teil der beiden Energien denselben Wert haben muß. Die Energie der Ätherschwingung wird dann

$$\varepsilon_\nu = \frac{h \nu}{e^{\frac{h \nu}{kT}} - 1},$$

woraus wieder das Plancksche Gesetz folgt.

Durch diese statistische Ableitung des Strahlungsgesetzes ist die Frage nach der Natur der Konstante  $h$  teilweise beantwortet worden. Es hat sich nämlich gezeigt, daß sie mit der Existenz einer Nullpunktsenergie zusammenhängt. Wäre die Nullpunktsenergie verschwindend klein, so wäre auch  $h$  unendlich klein, und sie würde deshalb aus der Strahlungsformel herausfallen.

Wir werden den Zusammenhang zwischen  $h$  und der Nullpunktsenergie näher untersuchen.

Nach der allgemeinen statistischen Theorie<sup>1)</sup> muß man als Elementargebiet  $d\tau$  immer das Nullpunktsvolumen  $Z_0$  benutzen, da sonst die Wahrscheinlichkeitsformel der Energie nicht allgemein gültig wird. Indem wir uns erinnern, daß  $Z$  nur eine Substitution für  $W d\tau$  ist, haben wir also

1) Ann. d. Phys. 49. p. 966. 1916.

$$d\tau = Z_0 = (W d\tau)_0 = h^n.$$

Da vorausgesetzt wird, daß  $d\tau$  überall im Zustandsraume denselben Wert hat, so folgt aus dieser Gleichung

$$W_0 = 1$$

und

$$d\tau = (dp dq)^n = h^n.$$

Das Elementargebiet  $d\tau$  muß also so groß gewählt werden, daß das System, im Nullpunktzustande, sich immer darin befindet. Dann muß auch der Zustandspunkt eines einzelnen Oszillators im Nullpunktzustande immer innerhalb des Elementes  $dp dq$  sein, d. h. das Elementargebiet  $dp dq$  muß größer als  $(2 a_0) (2 b_0)$  gewählt werden, wo  $a_0$  und  $b_0$  die Halbachsen der Nullpunksellipse sind. Da nun die Energie eines Oszillators mittels des Elementes  $dp dq$  oder  $df$  ausgerechnet werden soll, muß das Element so gewählt werden, daß die Nullpunktsenergie des Oszillators der mittleren Energie des Elementes entspricht. Wir formen dann das Nullpunkts-element  $dp dq$  in eine Ellipse  $df$  oder  $h$  um und berechnen die Nullpunktsenergie. Da die Oszillatorenergie nach der Formel

$$U_\nu = f\nu = m h \nu, \quad m = \text{ganze Zahl}$$

berechnet werden soll, wird die Nullpunktsenergie des Oszillators

$$(7) \quad U_{\nu 0} = \frac{0 \cdot h \nu + 1 \cdot h \nu}{2} = \frac{h \nu}{2},$$

ganz wie Planck es angenommen hat.

### III. Die Konstante $h$ als Funktion der Wechselwirkung zwischen Äther und Materie.

Die obige statistische Ableitung des Strahlungsgesetzes hat gezeigt, daß die Konstante  $h$  mit der Existenz einer Nullpunktsenergie zusammenhängt, indem

$$(8) \quad h = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{2 U_\infty}{\nu}$$

wo  $U_\infty$  die Energie eines linearen elektrischen Oszillators ist.

Wenn der Grenzwert der Energie, die Nullpunktsenergie, unendlich klein wäre, so würde  $h$  aus der Strahlungsgleichung verschwinden. Da nun  $h$  nicht verschwindend klein ist, indem

sie sich mittels des Strahlungsgesetzes experimentell bestimmen läßt, so ist dies eine Bestätigung der Existenz einer endlichen Nullpunktsenergie.

Nach der ersten Ableitung (I) zeigte sich  $h$  als eine Folgerung der elektromagnetischen Eigenschaften des Äthers. Es war von einer Nullpunktsenergie gar keine Rede. Hier dagegen (II) muß eine solche Energie notwendig vorausgesetzt werden, wenn  $h$  nicht aus der Strahlungsformel verschwinden soll.

Da diese zwei Resultaten offenbar nur zwei Seiten derselben Sache sind, müssen wir die Sache folgendermaßen auffassen: Die Schwingungsenergie des Oszillators hat eigentlich ihren Sitz in dem Äther, und die Relation (8) stellt eine Eigenschaft dieser Ätherenergie dar. Dann liegt es aber nahe, zu vermuten, daß diese Eigenschaft eine allgemeine ist, in der Weise, daß sie nicht nur für die latente Nullpunktsenergie, welche den Oszillator nicht verlassen kann, gültig ist, sondern auch für die Energie, welche den Oszillator verläßt und als Schwingungen sich in dem Äther fortpflanzt.

Wir werden daher ganz allgemein die Relation (8) in der folgenden Form annehmen:

Es sei  $U_x$  die Energie und  $\nu$  die Schwingungszahl eines Wellenzuges, oder einer einzigen Welle, die ein linearer elektrischer Oszillator ausgesandt hat. Die Energie und die Schwingungszahl können jede für sich ganz beliebige Werte haben. Das Verhältnis  $\nu/2U_x$  kann auch verschiedene Werte haben, aber es darf unter keinen Umständen den Grenzwert  $1/h$  überschreiten.

$$(9) \quad \text{Lim. } \frac{\nu}{2U_x} = \frac{1}{h}.$$

Dieser Satz ist mit unseren gewöhnlichen physikalischen Vorstellungen ganz vereinbar. Denken wir uns ein Elektron, das sich ganz allein in dem Äther befindet, und setzen wir voraus, daß wir es in unserer Macht haben, das Elektron willkürlich bewegen zu können. Wir werden das Elektron dazu benutzen, dem Äther eine bestimmte Schwingungsenergie  $U_x$  mitzuteilen, dadurch, daß wir das Elektron während einer gewissen Zeit eine lineare oszillierende Bewegung ausführen lassen. Das kann in zweierlei Weise geschehen, entweder durch eine langsame Bewegung in einer langen Zeit oder

durch eine schnelle Bewegung in einer kurzen Zeit. Im ersten Falle hat die Energie  $U_x$  eine kleine Schwingungszahl, im letzten Falle eine große. Die Energie  $U_x$  der hervorgerufenen Ätherschwingungen soll bei allen Versuchen dieselbe sein. Wenn wir nun den Emissionsprozeß immer schneller ausführen, wird offenbar das Verhältnis  $\nu/2U_x$  immer größer. Es fragt sich nun, ob es möglich ist, die Schwingungszahl  $\nu$  willkürlich groß zu machen, ohne daß dabei auch die Energie etwas vergrößert werden muß, oder, mit anderen Worten, es fragt sich, ob eine unendlich große Schwingungszahl mit einer relativ unendlich kleinen Energie vereinbar ist.

Der obige Satz ist nur eine Verneinung dieser Frage. Er sagt: Wenn man die Schwingungszahl immer größer machen will, so kommt man zuletzt zu einem Punkte, wo es auch notwendig wird, die Energie zu vergrößern. Von diesem Punkte an ändern sich Energie und Schwingungszahl proportional einander.

Aus dieser Überlegung geht nun wieder der folgende Satz hervor:

*Bei Emissionsprozessen, die sich in einer hinreichend kurzen Zeit abspielen, wird das Verhältnis  $\nu/2U_x$  für die emittierten Ätherwellen immer den Maximalwert  $1/h$  erreichen.*

$$(10) \quad \frac{\nu}{2U_x} = \frac{1}{h}.$$

Gegen die obigen Oszillatoren kann man einwenden, daß sie willkürlich gewählt sind. Wir wissen, daß solche Oszillatoren physikalisch möglich sind. Wir wissen aber nicht ob es tatsächlich solche Oszillatoren sind, welche den Energieaustausch zwischen Materie und Äther vermitteln.

Wir werden deshalb einen letzten Schritt machen, indem wir versuchen werden, die Strahlung als eine Funktion der wirklichen Oszillatoren, die Atome, zu behandeln.

Als Grundlage für eine konkrete Behandlung der Strahlung der Atome liegen die folgenden Tatsachen vor:

1. Die bekannten Resultate von Rutherford und anderen, welche Resultate zu dem Rutherfordschen Atommodell geführt haben. Ein Atom irgendeiner Substanz besteht aus einem Kern, die wesentliche Masse des Atoms, welche eine

positive Ladung<sup>1)</sup> gleich  $ne$  trägt, wo  $n$  eine ganze Zahl ist und  $e$  die Ladung eines Elektrons. Rings um diesen Kern bewegen sich in ringförmigen Bahnen eine Anzahl Elektronen, welche, wenn das Atom unelektrisch ist, gleich  $n$  sein muß.

Wir werden dieses Atommodell annehmen.

2. Die experimentellen Resultate über den Magnetismus der Atome. Das magnetische Moment eines Atoms ist eine ganze Zahl mal eine für alle Substanzen allgemeine Einheit, das Magneton.

Wir werden dieses Verhalten als eine allgemeine Eigenschaft der Atome ansehen.

Das Rutherfordsche Atommodell ist ein relativ einfaches Gebilde. Wenn es richtig ist, muß es sich mit der Tatsache der Magnetonen in Zusammenhang bringen lassen.

Betrachten wir  $n$  Elektronen, welche mit einer Schwingungszahl  $\nu$  sich in stationärer Bewegung in einer geschlossenen Bahn bewegen. Wir werden in dem folgenden annehmen, daß die Elektronenbahnen wesentlich als Kreise behandelt werden können. Nach den Gesetzen der Elektrodynamik müssen die Elektronen als einen elektrischen Strom von der Stärke

$$i = ne\nu$$

aufgefaßt werden. Dieser Strom wirkt nach außen wie ein Magnet, dessen Moment

$$M = \pi r^2 ne\nu$$

ist, wo  $r$  der Radius des Kreises ist.

Es liegt nun nahe, zu vermuten, daß das magnetische Moment eines Atoms nichts anderes ist als das Moment der sich bewegenden Elektronen. Nach den elektromagnetischen Gesetzen aber ist dies nicht möglich. Diese Gesetze verlangen nämlich, daß, wenn ein Elektron sich in der erwähnten Weise bewegt, muß der Radius des Kreises gradweise abnehmen. Die Beschleunigung des Elektrons veranlaßt nämlich eine Aussendung von Strahlungsenergie, und diese Energie muß von der potentiellen Energie des Elektrons genommen werden, so daß  $r$  abnehmen muß. In dieser Weise würde sich das

1) Nach den radioaktiven Phänomenen muß die Ladung  $ne$  nur als ein *Überschuß* an positiver Elektrizität angesehen werden, d. h. der Kern hat auch negative Elektronen. Für die hier betrachtete Strahlung kommt nur die *Überschußladung* in Betracht.

magnetische Moment des Atoms kontinuierlich ändern, was mit den experimentellen Tatsachen nicht übereinstimmt.

Wir müssen also den Ursprung der Magnetonen anderswo suchen.

Wenn wir das oben erwähnte Atommodell festhalten wollen, bleibt nichts anderes übrig, als den Ursprung der Magnetonen in dem Atomkern zu suchen. Um die Tatsache der Magnetonen zu verstehen, müssen wir dann den folgenden Ansatz machen: Es befindet sich in dem Kern der Atome eine unbekannte Größe, welche nach außen die Wirkung eines magnetischen Momentes hat. Dieses Moment ist

$$(11) \quad M_i = \tau \mu_i,$$

wo  $\tau$  eine ganze Zahl ist, und  $\mu_i$  ein für alle Substanzen allgemeines magnetisches Quantum ist. Wir können dieses Quantum ein *Kernmagneton* nennen.

Nun hat ein sich kreisförmig bewegendes Elektron zwei Eigenschaften:

1. Es wirkt nach außen wie ein Magnet.
2. Es sendet Strahlen aus.

Diese zwei Eigenschaften sind für das Elektron, also für die negative Elektrizität, notwendig miteinander verbunden. Es liegt daher nahe, zu vermuten, daß dies auch für die unbekannte Größe des Kernes gilt, so daß, wenn sie die magnetische Eigenschaft hat, sie auch die Eigenschaft haben muß, Strahlen aussenden und absorbieren zu können. Dies sei angenommen. Dann kommen wir zu dem folgenden Resultat:

Die sich um den Kern bewegendes Elektronen werden in einen stabilen Bewegungszustand kommen können, wenn sie ihre Bewegung so einstellen, daß ihre Strahlung oder Absorption von der Absorption oder Strahlung der Kernfunktion gerade neutralisiert oder aufgehoben wird. Man könnte sich dann denken, daß in diesem Falle auch die magnetischen Wirkungen sich gegenseitig aufheben müßten, so daß das magnetische Moment der Elektronen

$$M_e = \tau \mu_i$$

sein müßte, wo die Richtung der Achse dieses Momentes entgegengesetzt der Richtung des Kernmagnets ist. Einen solchen Ansatz zu machen, wäre aber zu weit gegangen. Wir werden nur annehmen, daß das Moment der Elektronen die Größe

$$(12) \quad M_e = \tau \mu_e$$

hat, wo  $\mu_e$  eine Konstante ist, und wo ein kleiner Unterschied zwischen  $\mu_e$  und  $\mu_i$  sein kann.

Durch die ganze Zahl  $\tau$  ist somit in den Kern des Atoms etwas Quantenhaftes eingeführt; aber dies ist nur eine notwendige Folge der Existenz der Magnetonen und hat keine Beseitigung der elektromagnetischen Gesetze zur Folge. Die Bedingungsgleichung (12) kann vielleicht eine andere Begründung finden als die obige. Sie scheint aber notwendig, wenn man die Gültigkeit der elektromagnetischen Gesetze für das Elektron festhalten will und die Existenz der Magnetonen anerkennt.

Erinnern wir uns in dieser Verbindung an die Hypothese der positiven Elektrizität. Wir wissen, daß die elektrische Wirkung der negativen Elektrizität unter gewissen Umständen neutralisiert wird. Um diese Tatsache zu verstehen, sagen wir, daß eine unbekannte Größe existiert, die positive Elektrizität, welche die Eigenschaft hat, die negative neutralisieren zu können. Die Hypothese der unbekannten Kernfunktion ist ganz analog der Hypothese der positiven Elektrizität, und zwar handelt es sich in beiden Fällen um eine Neutralisierung der Wirkung der negativen Elektrizität, in einem Falle die elektrostatische Wirkung, im anderen Falle die elektrodynamische.

Die zwei Relationen (9) und (12) sind wesentlich als Folgerungen experimenteller Tatsachen anzusehen. Auf diesen Relationen als Grundlage werden wir versuchen, die Strahlung der Atome zu erklären, ohne neue Hypothesen einzuführen und ohne die elektromagnetischen Gesetze außer Funktion zu setzen. Wir werden die folgenden Gesetze für das Elektron als gültig voraussetzen:

1. Das mechanische Gesetz der Zentrifugalkraft. Wenn ein Elektron sich in einem Kreise mit dem Radius  $r$  bewegt, entsteht eine Zentrifugalkraft gleich

$$(13) \quad F = \frac{m v^2}{r} = m 4 \pi^2 r \nu^2$$

wo  $m$  die Masse des Elektrons ist,  $v$  seine Geschwindigkeit und  $\nu$  die Umlaufszahl pro Sekunde.



2. Coulombs elektrostatisches Gesetz. Die Anziehungskraft zwischen einem Elektron und dem Kern ist

$$(14) \quad F = \frac{e \cdot n e}{r^2}$$

wo  $n e$  die Ladung des Kernes ist.

3. Amperes elektromagnetisches Gesetz in der oben erwähnten Form. Das magnetische Moment eines Elektrons ist

$$(15) \quad M_e = \pi r^2 e v.$$

Unter den Atomen ist das Wasserstoffatom insoweit das einfachste, als es nur ein Elektron hat. Es ist deshalb zu erwarten, daß die charakteristischen Eigenschaften der Atomstrahlung durch die Behandlung dieses Falles am deutlichsten hervortreten werden. Wir werden deshalb zunächst die Strahlung des Wasserstoffatoms speziell studieren.

Wenn der Strahlungseffekt des Elektrons neutralisiert werden soll, so muß nach (15) und (12) der Radius  $r$  und die Umlaufzahl  $\nu$  der folgenden Bedingung befriedigen:

$$(16) \quad r^2 \nu = \tau r_0^2 \nu_0$$

wo  $r_0$  und  $\nu_0$  die Werte sind, welche  $r$  und  $\nu$  haben, wenn  $\tau = 1$ .

Zweitens muß, weil die Strahlung nun keine Rolle spielt, die Zentrifugalkraft gleich der elektrischen Anziehungskraft sein, also nach (13) und (14):

$$(17) \quad m v^3 = m 4 \pi^2 r^2 \nu^2 = \frac{e^2}{r}.$$

Wir wissen a priori nicht, ob die zwei Bedingungen (16) und (17) miteinander vereinbar sind, d. h. ob es überhaupt stabile Ringe gibt; aber das wird die spätere Rechnung entscheiden.

Wir suchen zunächst einen Ausdruck für die Schwingungsenergie des sich bewegenden Elektrons. Um einen Vergleich mit dem linearen Oszillator in II zu ermöglichen, werden wir die kreisförmige Elektronbewegung in zwei aufeinander senkrechte geradlinige Bewegungen dekomponieren, eine  $x$ -Komponente und eine  $y$ -Komponente. Die  $x$ -Bewegung kommt durch die Kraftkomponente

$$K_x = \frac{e^2}{r^3} x$$

zustande wo  $x$  die Projektion von  $r$  auf die  $x$ -Achse bedeutet. Da die Kraft  $K_x$  mit der Entfernung  $x$  von der Gleichgewichts-

lage der  $x$ -Bewegung proportional ist, hat die Schwingungsenergie der  $x$ -Bewegung die Form

$$U_x = \frac{1}{2} \frac{e^2}{r^3} x^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}^2,$$

wo das erste Glied die potentielle und das zweite Glied die kinetische Schwingungsenergie ist. Für die Energie der  $y$ -Bewegung haben wir entsprechend

$$U_y = \frac{1}{2} \frac{e^2}{r^3} y^2 + \frac{1}{2} m \dot{y}^2.$$

Die Summe dieser zwei Energien gibt die totale Schwingungsenergie

$$U = 2 U_x = \frac{1}{2} \frac{e^2}{r} + \frac{1}{2} m v^2,$$

wo  $v$  die tangentielle Geschwindigkeit des Elektrons ist. Substituieren wir in dieser Gleichung die Gleichungen (16) und (17), so erhalten wir

$$(18) \quad 2 U_x = \frac{e^2}{r} = \tau \cdot 2 \pi e \sqrt{m r_0} \cdot v,$$

oder

$$(19) \quad \frac{v}{2 U_x} = \frac{1}{\tau} \frac{1}{2 \pi e \sqrt{m r_0}}.$$

Wir denken uns nun, daß unter gewissen Umständen die Anzahl  $\tau$  der Kernmagnetonen geändert werden kann. Eine solche Annahme ist nach den experimentellen Resultaten notwendig; denn es zeigt sich, daß dieselbe Substanz nach den Umständen eine verschiedene Zahl von Magnetonen haben kann. Wenn die charakteristische Zahl  $\tau$  sich ändert, wird das Gleichgewicht zerstört. Der Kreis, in welchem sich das Elektron bewegt, wird sich dann entweder vermindern (durch Energieausstrahlung) oder vergrößern (durch Energieabsorption), bis der Radius erreicht ist, welcher der neuen Zahl  $\tau$  nach (16) und (17) entspricht.

Wenn  $\tau$  gleich Eins ist, bewegt sich das Elektron in dem kleinst möglichen Kreise. Dann hat das Atom soviel Energie wie möglich ausgestrahlt, und der Zustand ist offenbar ein Nullpunktzustand. In II fanden wir, daß das Verhältnis zwischen der Schwingungszahl und der doppelten Energie des linearen Oszillators bei dem absoluten Nullpunkte den Grenz-

wert  $1/h$  erreichen mußte. Dies muß auch für eine lineare Schwingungskomponente des Wasserstoffelektrons gültig sein. Also muß nach (9) und (19)

$$\text{Lim. } \frac{\nu}{2 U_z} = \frac{1}{2\pi e \sqrt{m r_0}} = \frac{1}{h},$$

woraus folgt

$$(20) \quad h = 2\pi e \sqrt{m r_0}.$$

Dieses Resultat kann kontrolliert werden. Da das Elektron in dem Nullpunktszustande<sup>1)</sup> sich mit einer außerordentlich großen Geschwindigkeit um den Kern bewegt, und da die Ebene des Kreises sich ändern kann, liegt es nahe, das Atomvolumen des Wasserstoffs als eine Kugel aufzufassen, deren Radius  $r_0$  ist. Nach experimentellen Messungen ist dieser Radius  $0,5-0,7 \cdot 10^{-8}$ . Hier ist offenbar der kleinste Wert zu benutzen. Setzen wir also in (20) die folgenden Werte ein:

$$\begin{aligned} r_0 &= 0,5 \cdot 10^{-8} \\ m &= 9,00 \cdot 10^{-28} \\ e &= 4,78 \cdot 10^{-10} \end{aligned}$$

so ergibt sich als theoretischer Wert der Planckschen Konstante

$$h = 6,37 \cdot 10^{-27},$$

während der experimentelle Wert nach Planck ist

$$h = 6,415 \cdot 10^{-27}.$$

Wir werden die Energieänderung des Atoms berechnen, welche einer Änderung der Zahl  $\tau$  der Kernmagnetonen entspricht. Zu dieser Berechnung kann nicht die Formel (18) angewendet werden, denn diese gibt nur einen Teil der Atomenergie, nämlich die Energie, welche der Schwingungsenergie des linearen Oszillators in II entspricht.

Wenn die Zahl  $\tau$  sich von  $\tau_1$  zu  $\tau_2$  ändert, ändert sich nach (17) die kinetische Energie des Elektrons um den Betrag

$$\frac{e^2}{2} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right),$$

1) Der Nullpunktszustand des Atoms ist auch bei gewöhnlichen Temperaturen der häufigst vorkommende, weil er der stabilste Zustand ist (Bohr).

wo  $r_2$  und  $r_1$  den Zahlen  $\tau_2$  und  $\tau_1$  entsprechen. Die Arbeit der elektrischen Kräfte ist aber

$$e^2 \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right),$$

also doppelt so groß wie die Änderung der kinetischen Energie. Folglich muß die andere Hälfte der Arbeit zu der Änderung der Strahlungsenergie des Äthers verbraucht sein. Die ausgestrahlte oder absorbierte Energie wird also

$$\Delta U = \frac{e^2}{2} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

oder nach (16), (17) und (18)

$$(21) \quad \Delta U = \frac{2\pi^2 m e^4}{h^2} \left( \frac{1}{r_2^2} - \frac{1}{r_1^2} \right).$$

Wir haben also das folgende Resultat: Die Strahlung und Absorption des Atoms findet nur in bestimmten Zeitintervallen statt. Damit Strahlung oder Absorption stattfinden soll, müssen gewisse störende Ereignisse eintreten, z. B. Zusammenstoß der Moleküle oder gewisse intensive Äther-schwingungen, so daß die charakteristische Zahl  $\tau$  des Kernes geändert wird. Die Energie  $\Delta U$  hat die Form eines Wellenzuges oder einer einzigen Welle. Sie kann zweckmäßig ein Energiequantum genannt werden; aber dies bedeutet nicht, daß sie als das Resultat einer diskontinuierlichen Emission oder Absorption aufzufassen ist. Der Name „Energiequantum“ ist nur dadurch gerechtfertigt, daß die Energie nur in bestimmten Zeitintervallen (Quanten der Zeit) emittiert und absorbiert wird.

Es steht nun eine Frage zurück: Welche Form haben die oben berechneten Energiequanten, d. h. welche Schwingungszahl haben die Ätherwellen, welche das Atom verlassen? Auf diese Frage gibt der Satz (9) Antwort. Da der Emissionsvorgang sich wahrscheinlicherweise in einer sehr kurzen Zeit abspielt, können wir annehmen, daß das Verhältnis zwischen Schwingungszahl und Energie praktisch immer seinen Maximalwert erreicht. Bemerken wir, daß  $\Delta U$  in (21) der Energie  $2U_\infty$  in (18) entspricht, so erhalten wir nach (10)

$$(22) \quad \frac{\nu}{\Delta U} = \frac{1}{h}.$$

Eliminieren wir  $\Delta U$  aus (21) und (22), so ergibt sich schließlich die Strahlungsformel des Wasserstoffspektrums

$$(23) \quad \nu = \frac{2\pi^2 m e^4}{h^3} \left( \frac{1}{r_2^2} - \frac{1}{r_1^2} \right)$$

oder nach (20)

$$(24) \quad \nu = \frac{e}{4\pi^2 \sqrt{m r_0^3}} \left( \frac{1}{r_2^2} - \frac{1}{r_1^2} \right).$$

Setzen wir die obigen Werte für  $e$ ,  $m$  und  $r_0$  ein, so bekommen wir als berechneten Wert der Rydbergschen Strahlungskonstante

$$K = \frac{e}{4\pi^2 \sqrt{m r_0^3}} = 3.58 \cdot 10^{15},$$

während der experimentelle Wert ist

$$K = 3.29 \cdot 10^{15}.$$

#### Die Atomspektren im allgemeinen.

Wir gehen zu dem allgemeinen Falle über, daß das Atom mehrere Elektronen enthält.

Die Bedingungsgleichung (12) kann in zweierlei Weise erfüllt werden, entweder dadurch, daß das totale magnetische Moment sämtlicher Elektronen gleich  $\tau \mu_e$  ist, oder dadurch, daß das Moment der einzelnen Elektronen jedes für sich gleich  $\tau \mu_e$  ist. Es zeigt sich, daß das letztere angenommen werden muß, wenn die Formeln mit der Erfahrung übereinstimmen sollen. Wir haben also als erste Gleichgewichtsbedingung ganz wie bei dem Wasserstoff

$$(16) \quad r^2 \nu = \tau r_0^2 \nu_0,$$

wo  $r_0$  und  $\nu_0$  sich auf das Wasserstoffatom<sup>1)</sup> beziehen. Um die zweite, der Gleichung (17) analoge, Gleichgewichtsbedingung aufzuschreiben zu können, müssen wir spezielle Ansätze über die Art der verschiedenen Elektronenbahnen machen. In den neueren Theorien über Atommodelle nimmt man an, daß die Elektronenbahnen konzentrische Kreise oder Ellipsen sind, die in derselben Ebene liegen und ihr Zentrum bzw.

1) Es ist nämlich nach (12)  $\pi e r_0^2 \nu_0 = \mu_e =$  eine für alle Atome allgemeine Konstante, d. h. für alle Atome gleich groß wie für das Wasserstoffatom. Dies erklärt, warum die Rydbergsche Konstante für verschiedene Gase denselben Wert hat.

einen Brennpunkt in dem Kern haben. In jedem Kreise oder Ellipse folgen die Elektronen einander mit konstantem Winkelabstand. Wir werden dieses Atommodell annehmen, und zwar nehmen wir der Einfachheit halber an, daß die Elektronbahnen als Kreise behandelt werden können.

Damit die Elektronenbahnen stabil sein sollen, muß erstens die Bedingung (16) erfüllt sein. Zweitens muß für jedes Elektron die Zentrifugalkraft gleich der Resultante der elektrischen Kräfte sein, wo nicht nur die Kernladung, sondern auch die Abstoßungskraft der übrigen Elektronen berücksichtigt werden müssen. Dies gibt eine Gleichung analog (17). Wenn man nun die Energieänderung für eine Änderung der Zahl  $\tau$  berechnet und mittels der zwei Stabilitätsgleichungen die variablen Größen eliminiert, bekommt man eine Gleichung analog (21). Unter der Voraussetzung, daß die emittierte Energie in der Form eines einzigen Wellenzuges oder einer einzigen Welle das Atom verläßt, gilt dann auch die Gleichung (22). Durch diese Gleichung kann man die Energie  $\Delta U$  eliminieren und bekommt dann eine Strahlungsformel analog (23).

Wir werden die Rechnung durchführen unter der Voraussetzung, daß das Atom  $n$  Elektronen hat, welche sich in demselben Kreise bewegen.

Die Kraft, mit welcher das Elektron von den übrigen  $(n-1)$  Elektronen abgestoßen wird, berechnet sich zu

$$\frac{e^2}{4r^2} \sum_{i=1}^{i=n-1} \frac{1}{\sin \frac{i\pi}{n}}, {}^1)$$

mit Richtung von dem Zentrum nach dem Elektron. Die Anziehungskraft des Kernes ist gleich

$$\frac{ne^2}{r^2}.$$

Es ist also, als ob das Elektron mit einer Kraft

$$K = \frac{eE}{r^2},$$

nach dem Kern angezogen wurde, wo

$$E = ne(1 - \alpha), \quad \alpha = \frac{1}{4n} \sum_{i=1}^{i=n-1} \frac{1}{\sin \frac{i\pi}{n}}.$$

1) N. Bohr, Phil. Mag. 26. p. 1.

D. h. die Kraftwirkung auf das Elektron ist dieselbe, als wenn die übrigen  $(n-1)$  Elektronen nicht zugegen wären und der Kern eine Ladung gleich  $E$  hätte.

Wir können also die Formel (23) ohne weiteres anwenden, wenn wir die Kernladung  $e$  des Wasserstoffatoms durch die Größe  $E$  ersetzen. Dies gibt die Formel

$$(25) \quad \nu = \frac{2\pi^2 m e^4}{h^3} \left[ \frac{(1-\alpha)^3}{\left(\frac{r_2}{n}\right)^2} - \frac{(1-\alpha^2)}{\left(\frac{r_1}{n}\right)^2} \right].$$

Für kleinere Werte von  $n$  kann  $\alpha$  vernachlässigt werden. Für  $n$  gleich 2, 3 und 4 bekommt man die Strahlungsformeln von beziehungsweise Helium, Lithium und (wahrscheinlicher-weise) Beryllium.

Die oben abgeleitete Strahlungsformel ist, wie man sieht, mit Bohrs Formel identisch. Die physikalische Begründung ist aber von Bohrs verschieden. Bei Bohr spielt der Kern eine ganz passive Rolle, indem er nur als Träger der Ladung  $ne$  dient. Die Strahlung wird lediglich als ein Resultat der Elektroneneigenschaften dargestellt. Dabei wird nun immer das elektromagnetische Gesetz (15), auch im stabilen Zustande, stillschweigend weggelassen, und als fundamentales Axiom wird der Winkelmomentsatz aufgestellt: Das Produkt von Bewegungsgröße und Radius ist im stationären Zustande gleich

$$\tau \frac{h}{2\pi}$$

für jedes Elektron,

$$(26) \quad \text{also} \quad mvr = \tau \frac{h}{2\pi}.$$

Diese Relation hat aber mehr den Charakter eines sekundären Resultates als eines einfachen Axioms. Es kann nämlich gezeigt werden, daß die Relation (26) sich aus der Bedingung

$$(12) \quad M_e = \tau \mu_e$$

ableiten läßt, sobald man das elektromagnetische Gesetz (15) als richtig voraussetzt. Das Resultat (26) ist folglich mit dem elektromagnetischen Gesetz (15) vereinbar.

Es fragt sich dann, ob man nicht die Sache umkehren kann, indem man den Winkelmomentsatz (26) als eine primäre, fundamentale Eigenschaft ansieht und daraus mittels



des Ampereschen Gesetzes die Relation (12) ableitet. Dann würde die Magnetoneigenschaft (12) eine Folge der Elektroneneigenschaft allein sein, ohne Rücksicht auf die Eigenschaften des Kerns. Es ist aber leicht nachzuweisen, daß ein solcher Ansatz unhaltbar ist. Es würde dann nämlich der theoretische Wert eines Magnetons gleich

$$(27) \quad \mu_e = \pi r_o^2 e v_o = \frac{e^2}{2} \sqrt{\frac{r_o}{m}} = 89,7 \cdot 10^{-22},$$

während der experimentelle Wert ist

$$(28) \quad \mu = 18,1 \cdot 10^{-22}.$$

Nun kann man allerdings behaupten, daß Amperes Gesetz für solche kleine Dimensionen und solche Elektronengeschwindigkeiten nicht richtig zu sein braucht. Die Tatsache aber, daß die beiden anderen Gesetze (13) und (14) sich glänzend bewähren, während das Amperesche Gesetz das Resultat von  $18,1 \cdot 10^{-22}$  bis  $89,7 \cdot 10^{-22}$  verfälschen soll, macht eine solche Behauptung unhaltbar. Es liegt näher, dem Ampereschen Gesetze dieselbe Gültigkeit wie den zwei anderen anzuerkennen, und dann den Winkelmomentsatz (26) nicht als das Primäre anzusehen, sondern als eine sekundäre Eigenschaft. Es muß dann in dem Kern eine unbekannte Größe angenommen werden, die einen quantenhaften Charakter hat und nach außen magnetische Eigenschaften zeigt. Mit dieser unbekannten Größe tritt das Elektron in eine solche Wechselwirkung ein, daß der Bewegungszustand stabil wird. Im stabilen Zustande hat sich dann das Elektron so angepaßt, daß es dieselbe Eigenschaft hat wie die unbekannte Kernfunktion, nämlich eine magnetische Eigenschaft mit quantenhaftem Charakter. Die Achsen dieser zwei magnetischen Momente sind umgekehrt gerichtet. Das ist nicht erstaunlich, denn die Elektronladung und die Kernladung sind auch einander entgegengesetzt. Nach dieser Auffassung muß ein Magneton  $\mu$  als der Unterschied zwischen einem Kernmagneton  $\mu_i$  und dem entsprechenden Moment  $\mu_e$  des Elektrons betrachtet werden

$$\mu = |\mu_i - \mu_e|.$$

Nach (27) und (28) ist der Unterschied der Momente  $\mu_i$  und  $\mu_e$  relativ klein im Verhältnis zu den Größen selbst.

Es ist nämlich

$$\frac{|\mu_i - \mu_e|}{\mu_e} = \frac{1}{5,0}.$$

Wenn also der Bewegungszustand so eingestellt ist, daß keine Energieänderung durch Strahlung oder Absorption stattfindet, so heben auch die zwei magnetischen Momente beinahe einander auf. Das magnetische Moment, das wir beobachten, ist nur ein kleiner, nichtneutralisierter Rest.

#### Allgemeine Strahlungstheorie.

Die oben behandelte Strahlung, die Atomstrahlung, ist als eine spezielle Art von Strahlung anzusehen. Das Eigentümliche bei dieser Strahlung ist nicht, daß die emittierte Energie einen quantenhaften Charakter hat, sondern daß die Energie nur ganz bestimmte Werte haben kann, welche von der quantenhaften Konstitution der Atome abhängt. Wenn die emittierte Energie beliebige Werte haben könnte, so würde, wie man leicht aus der obigen mathematischen Behandlung ersieht, die Schwingungszahlen sich regellos über das ganze Spektrum verteilen.

Dies wird der Fall sein, wenn die Elektronen nicht in einem Atom gebunden sind, sondern sich frei in einem gewissen Raume bewegen. Jedesmal, wenn ein Elektron eine Beschleunigung bekommt bei Anstoß an die Begrenzungsfläche des Raumes, wird Energie in der Form von Strahlen ausgesandt. Wenn der Emissionsprozeß sich hinreichend schnell abspielt, wird das Verhältnis zwischen Schwingungszahl und Energie der ausgesandten Strahlen seinen Maximalwert erreichen, woraus folgt, daß die ausgesandte Energie gleich  $h\nu$  wird. Der einzige Unterschied zwischen der Atomstrahlung und dieser Strahlung ist, daß die Schwingungszahlen sich hier regellos über das ganze Spektrum verteilen. Man bekommt also ein kontinuierliches Spektrum.

Zwischen der streng regelmäßigen Atomstrahlung und der ganz regellosen Strahlung kann man sich leicht Übergänge denken. Ein Atom, das elektrisch geladen ist, und mit anderen Atomen zu einem Molekül verbunden ist, wird gewöhnlich Schwingungen ausführen und folglich Energie ausstrahlen und absorbieren können. Diese Schwingungen brauchen, besonders bei höheren Temperaturen, nicht streng regelmäßig

zu sein. Man kann sich die Bandspektren in dieser Weise entstanden denken.

Das Resultat der oben dargestellten Untersuchung kann in den folgenden Worten kurz zusammengefaßt werden:

Das Gesetz der schwarzen Strahlung läßt sich ableiten auf der Grundlage der kontinuierlichen elektrodynamischen und statistisch-mechanischen Gleichungen, sobald man dem Äther die in (9) ausgesprochene Grenzeigenschaft zuschreibt. Diese Eigenschaft tritt zunächst in der Form einer Nullpunktsenergie der Oszillatoren auf. Um die Tatsache zu erklären, daß die schwarze Strahlung sich als eine elektromagnetische Eigenschaft darstellen läßt, die von keinen speziellen Oszillator-

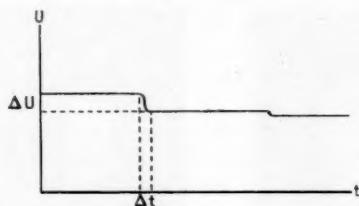


Fig. 1.

eigenschaften abhängt, muß man aber die Relation (9) für jede Oszillatorenergie, d. h. für jeden Energieaustausch zwischen Äther und Materie als gültig ansehen.

Diese Auffassung bekommt eine weitere Bestätigung in der Atomstrahlung, indem man hier annimmt, daß die Grenzeigenschaft immer erreicht wird.

Für die Ableitung des Gesetzes der schwarzen Strahlung spielen die Quanten keine Rolle. Die Art der Oszillatoren ist für dieses Gesetz ganz gleichgültig, sobald man den Satz (9) annimmt.

Bei Oszillatoren, die nur in bestimmten, relativ kleinen Zeitintervallen ihre Energie ändern, sind die Quanten reell. Ein Quantum ist aber nichts anderes als die während des Zeitintervalles ausgesandte Energie in der Form einer kontinuierlichen Ätherwelle. Daß diese Energie bei schnellen Emissionsprozessen gleich  $h\nu$  wird, ist eine Äthereigenschaft, die sich in dem Grenzgebiete zwischen Äther und Materie geltend macht. Weil der Emissionsvorgang sehr schnell stattfindet,

bekommt die Energie die größtmögliche Schwingungszahl, woraus folgt, daß die Energie gleich  $h\nu$  wird.

Quanten in dieser Form sind nichts Neues. Sie sind schon lange in der Gastheorie bekannt. Nimmt man die Zeit  $t$  als Abszisse und die kinetische Energie  $U$  eines Gasmoleküls als Ordinate, so erhält man Kurven wie in der vorstehenden Figur.

Die Energie des Gasmoleküls ändert sich nur in bestimmten, relativ kurzen Zeitintervallen. Die Energieänderungen  $\Delta U$ , die Energiequanten, welche aus den Geschwindigkeiten der zusammenstoßenden Moleküle berechnet werden können, sind aber kontinuierliche Größen.

Ganz denselben Charakter haben die Lichtquanten. Der Unterschied ist nur, daß bei Lichtquanten eine Regelmäßigkeit auftritt, indem bei schnellen Emissionsprozessen die Schwingungszahl der verschiedenen Quanten mit ihrer Energie proportional ist.

Da die Zeit  $\Delta t$ , in welcher die Energie sich ändert, sehr kurz ist im Vergleich mit der Zeit, in welcher die Energie konstant ist, kann man die Sache mathematisch so behandeln, als ob  $\Delta t = 0$  wäre, d. h. als ob die Quanten diskontinuierlich wären. Dies hat man auch in der kinetischen Gastheorie getan.

(Eingegangen 21. Februar 1916.)

Form 1.

$l = 2,0$  cm  
 $i = 7,0$  Amp.  
 $e = 68$  Volt  
 $p = 15$  mm  $N_2$   
 $f = 1:50$   
 $t = \text{ca. } 0,03$  sec

Hauß  
 ortho-l.-frei



Fig. 1.

Form 2.

$l = 3,0$  cm  
 $i = 5,0$  Amp.  
 $e = 114$  Volt  
 $p = 100$  mm  $N_2$   
 $f = 1:50$   
 $t = \text{ca. } 0,03$  sec

Hauß  
 ortho-l.-frei



Fig. 2.

Form 2.

$l = 2,0$  cm  
 $i = 5,0$  Amp.  
 $e = 75$  Volt  
 $p = 45$  mm  $N_2$   
 $f = 1:50$   
 $t = \text{ca. } 0,03$  sec

Hauß  
 ortho-l.-frei



Fig. 3.

Form 3.

$l = 3,0$  cm  
 $i = 5$  Amp.  
 $e = 90$  Volt  
 $p = 400$  mm  $N_2$   
 $f = 1:50$   
 $t = \text{ca. } 0,03$  sec

Hauß  
 ortho-l.-frei



Fig. 4.

Glimmlicht.

$l = 2,0$  cm  
 $i = 0,2$  Amp.  
 $e = 410$  Volt  
 $p = 15$  mm  $N_2$   
 $f = 1:7,2$   
 $t = \text{ca. } 0,03$  sec

Hauß  
 ortho-l.-frei



Fig. 5.

Schichtbogen.

$l = 2,5$  cm  
 $i = 2,1$  Amp.  
 $e = 210$  Volt  
 $p = 15$  mm  
 Leuchtgas  
 $f = 1:9$   
 $t = \text{ca. } 0,005$  sec

Hauß  
 ortho-l.-frei



Fig. 6.